

卒業論文題目

K / T 境界の隕石衝突による

ダスト放出の数値シミュレーション

宮城教育大学 教育学部 学校教育教員養成課程 理科教育専攻  
C 8262 木村 貴之

平成 12 年 2 月 8 日

## 要 旨

6500 万年前に起こった地球規模の環境変動が、巨大隕石衝突によるものだという仮説が 1980 年に Alvarez らにより提唱された。その論拠となったものは白亜紀と第三紀の岩盤の間に認められたイリジウムの濃集層 (K/T 境界層) であり、その後の調査により、仮説を後押しするさまざまな発見が世界各地で報告された。この K/T 境界層が世界各地で発見されたことは、衝突の規模をそのまま物語っている。

本研究は、K/T 境界層が成層されるにいたる要因の一つと考えられるダストの放出状況をシュミレーションしたものである。流体運動を実現するために活用されている SPH 流体計算コードを弾塑性体に応用できるように拡張し、鉄柱の相互衝突による変形問題においても、誤差 10%以内で変形を実現した。

この計算コードを用い、直径 30km の隕石が 5km/s で地球表層に衝突する問題を計算した。その結果、掘削された質量は  $9 * 10^{17}$  kg、生成したトランジェントクレーターの直径は 75 km となり、最終的に生成されるクレーターの直径はおよそ 150km と推定される。

ここから、成層圏に滞留すると考えられるダストの質量は  $3 * 10^{14}$  kg となり、このダストが地球全域を均一に覆うと考えた場合、その厚さは 0.2mm と算出された。

この結果から、太陽放射が通常より減少したであろうことは火山の噴火によるそれと比較しても明らかであり、当時地球規模で何らかの環境変動があったことは容易に推測される。

# 目 次

<b>第 1 章 はじめに</b> .....	<b>1</b>
1.1 K/T 境界とは	
1.2 巨大隕石衝突がもたらした地球への影響	
1.3 本研究の目的	
<b>第 2 章 衝突クレータリングによる放出質量の解析的見積もり</b> .....	<b>3</b>
2.1 理論とは	
2.2 解析解による結果	
<b>第 3 章 弾塑性体の運動</b> .....	<b>6</b>
3.1 流体の運動	
3.2 弾塑性体	
3.2.1 応力と歪み	
3.2.2 弾塑性体と流体	
3.3 弾塑性体の運動の記述	
3.3.1 偏差応力	
3.3.2 塑性変形条件	
3.3.3 回転	
3.3.4 応力速度	
3.3.5 運動方程式	
3.3.6 エネルギー保存の方程式	
3.3.7 状態方程式	
<b>第 4 章 数値計算法</b> .....	<b>13</b>
4.1 SPH 法	
4.1.1 SPH 法とは	
4.1.2 SPH 法の基本式	
4.1.3 平均化関数	

- 4.1.4 流体における質量、運動量、エネルギー保存の各方程式
- 4.2 弾塑性体への適用
  - 4.2.1 偏差応力と回転
  - 4.2.2 弾塑性体の SPH 表記式
- 4.3 Runge - Kutta 法
- 4.4 系の中でのエネルギー保存
- 4.5 数値の無次元化
  - 4.5.1 シュミレーションに用いる各値
  - 4.5.2 無次元化

## 第 5 章 シュミレーションモデル ..... 21

- 5.1 テストモデル
  - 5.1.1 弾性体の運動モデル <テストモデル 1>
  - 5.1.2 弾塑性体の運動モデル <テストモデル 2>
- 5.2 シュミレーションモデル

## 第 6 章 計算結果 ..... 27

- 6.1 数値シュミレーション
- 6.2 ダストの放出質量
- 6.3 トランジェントクレーターの直径

## 第 7 章 議 論 ..... 33

- 7.1 解析解との比較
- 7.2 ダスト放出による影響
  - 7.2.1 成層圏に到達するダスト量
  - 7.2.2 成層圏エアロゾルとなるダスト
  - 7.2.3 気候への影響
- 7.3 今後の課題

## 第 8 章 結 論 ..... 36

謝 辞	37
参考文献	38
資 料	40
・ 表 6 - 1	
・ 各パラメーターの説明	
・ フローチャート	
・ SPH C - プログラム	

# 第1章 はじめに

## 1.1 K / T境界とは

1980年に Alvarezらは、イタリアのグビオで、白亜紀の岩盤と第三期の岩盤との間に薄い粘土質の層(境界層)があることを発見した。この境界層から、地殻物質ではほとんど見ることができないイリジウムの異常な濃集が検出されたため、Alvarezらはこれを隕石起源によるものとして説明しようとした【多田, 松井 1999】。その後の調査により、この境界層は地球のさまざまな場所で確認されている。

この境界層をK / T境界層と呼ぶ。K / T境界層には、イリジウムの濃集以外にもいくつかの特徴が見られる。それは、衝撃変成石英(12Gpaを越す衝突の衝撃によってだけ形成される)、テクタイト(衝突の熱で溶融した地殻物質起源の球状ガラス粒子)【多田, 松井 1999】、大規模な森林火災を予測させる大量のすすなどである。これらの境界層中の生成物からも、当時、地球規模で何らかの変動があったと考えることができる。

また、地球のさまざまな場所から報告されたこの境界層の中でも、北アメリカで衝撃変成物の量が顕著に見られた。そこで、海底に最低でも一つの大きなクレーターがあるとの仮説のもと調査を続けた結果、メキシコ湾の周りの津波によってできたとみられる堆積物の中から境界層が認められ、その同位体の調査から仮説が証明された【Shoemaker . E & Shoemaker.C 1990】。

これが、K / T境界層を地球にもたらした衝突体のクレーターであるとされる、メキシコユカタン半島のチクサルブクレーターである。1991年に報告されたチクサルブクレーターの直径は180km前後、またはそれ以上ともいわれている【高田 & Ahrens 1994】。

## 1.2 巨大隕石衝突がもたらした地球への影響

直径10kmの彗星の核が地球に衝突すると、そのクレーターの直径は150km以上になるといわれる【Shoemaker . E & Shoemaker.C 1990】。このサイズの隕石衝突によってさまざまな地球環境の変動が推定できる。

例として海での巨大隕石衝突を考える。衝突の衝撃によって発生した多量のダストは成層圏まで吹き上がり、大気圏中の微細なダストは大気循環などの影響を受けて地球表面を覆い、光合成を妨げ、また一方で、衝撃により蒸発した石灰岩などから大量の二酸化炭素が発生し、地球に温室効果を、そして大気中の多量な窒素は衝突によって燃やされ、発生した二酸化窒素は酸性雨をもたらしたとも考えられる【Shoemaker . E & Shoemaker.C 1990】。

このような地球環境の変動が起これば、地球上の生態系への多大な影響も容易に推測できる。酸性雨などにより海面の汚染が広がり、海洋生態系に変化が起こる。陸上の生態系

においても衝突後の温度上昇に続き、日光が遮断されることによる冷却や、光合成が妨げられるなどの多様な影響が考えられる【Shoemaker . E & Shoemaker.C 1990】。

余談となるが、この衝突が、それまでの1億4000万年にもわたり繁栄を続けた恐竜を絶滅に追いやった原因の一つと推測できることは大変興味深い。

### 1.3 本研究の目的

K / T境界の隕石衝突が地球に及ぼした影響は、激変的なものであったと考えられる。環境変動は、温度変化や生物の生産性、海面の汚染など多岐に及ぶ。

その中でも本研究は、衝突により放出されるダストの量を推定するものである。前述したように、すすや微粒な岩石片はエアロゾルとなり地球表面を覆う。日光を遮断するほどの莫大なダストがどのくらいの量であったか、またどのように散布されたのかを、流体計算法を用いて弾塑性体に適用させ、コンピューターによる数値シミュレーションにより検証することを目的とする。

## 第2章 衝突クレータリングによる

### 放出質量の解析的見積もり

#### 2.1 理論とは

理論は、最もインパクトクレータリングに用いられるスケーリング則である。その特徴は、クレーターが生成される際の物理的に関連のあるパラメーターを、一群の無次元パラメーターにまとめ、次元解析の形として取り扱うことである。ひとつの無次元パラメーターの他への依存度は実験的に定められる。

例として、クレーターの直径  $D_{at}$ 、体積  $V$ 、衝突速度  $v_i$ 、衝突体と被衝突体のそれぞれの密度  $\rho_p$ 、 $\rho_t$ 、ターゲット岩石の強度  $Y$ 、重力  $g$ 、衝突体の質量  $m$  のパラメーターをもつランジェントクレーターを考える。このクレーターの直径  $D_{at}$  は、上記のすべての変数の関数として、次のように表せる【Melosh 1989】。

$$D_{at} = F(v_i, \rho_p, \rho_t, Y, g, m) \quad 2 - [1]$$

クレーターの直径  $D_{at}$  は、5つの独立した変数の関数である。しかし、全ての物理量は、質量、岩石強度、時間で表現できる。それにより、関数  $F$  を左辺と同じ次元にすれば、 $D_{at}$  はただ3つの無次元量の比の関数となり、次のようにあらわせる。

$$\pi_D = D_{at} \left( \frac{\rho_t}{m} \right)^{\frac{1}{3}} \quad 2 - [2]$$

$$\pi_2 = \frac{1.61g}{v_i^2} \quad 2 - [3]$$

$$\pi_3 = \frac{Y}{\rho_p v_i^2} \quad 2 - [4]$$

$$\pi_4 = \frac{\rho_t}{\rho_p} \quad 2 - [5]$$

$\pi_D$  はクレーターの直径の長さ比、 $\pi_2$  は慣性力と重力の比、 $\pi_3$  は慣性力と物質強度の比であり、 $\pi_4$  は被衝突体と衝突体との密度比である。

2 - [1]式を最も一般的な無次元量の比であらわすと、

$$\pi_D = F'(\pi_2, \pi_3, \pi_4) \quad 2 - [6]$$

となり、また仮に、定義上クレーターが重力の作用を受け、 $\pi_3$  が無視でき、 $\pi_4$  が一定ならば、2 - [6]式は次のように表せる。

$$\pi_D = F''(\pi_2) \quad 2 - [7]$$

この 2 - [7]式より、次の関係式が導かれる。

$$\begin{aligned}\pi_D &= C_d \pi_2^{-\beta} \\ \pi_V &= \frac{\rho_t V}{m} \\ \pi_V &= C_v \pi_2^{-\gamma}\end{aligned}$$

ただし、 $C_d$ 、 $C_v$  は実験的に一定に定める【Melosh 1989】。

## 2.2 解析解による結果

2.1 の理論を用い、 $\rho_t = 2700\text{kg/m}^3$ 、 $\rho_p = 2700\text{kg/m}^3$ 、 $g = 9.8\text{m/s}^2$ 、衝突体の質量  $m_i = \frac{\pi}{6} \rho_p D_i^3$  ( $D_i$ : 衝突体の直径)  $\text{Pai} = 3.14$  とし、 $C_v = 0.2$ 、 $\beta = 0.65$ 、 $C_d = 1.6$ 、 $\gamma = 0.22$  【Melosh 1989】として、直径 ( $D_i$ ) 0-20kmの衝突体が速度 ( $v_i$ ) 0-30km/s で地上に衝突したときに形成されるクレーターの掘削される質量、直径をプロットしたものを 2 - 1、2 - 2 図に示す(ただし、垂直衝突を考える)。

これを用い、チクサルブクレーターの直径を 180km とすると、掘削した岩石の質量は約  $1 \times 10^{17}\text{kg}$  となる。

しかし、この理論の見積もりだけでは掘削される物質がどの高度まで放出・飛散するかまでは推定できない。そこで、1982年に O'keefe & Ahrens によってあらわされた、衝突実験や核実験の実験結果より求められたイジェクタの累積質量比率とイジェクタの粒径分布の関係等を用いることにする(第7章参照)。

本研究では、ダスト放出の数値シミュレーションを行い、イジェクタがどのように放出されていくかという過程まで追跡する。そこで、Target の掘削される質量や生成されるクレーターの直径を、上記の見積もりと比較検討する。それにより、どれだけの量のダストがどのように散布されたかを推定し、また、これから行う数値シミュレーションの妥当性を測る一つの指標になると考えられる。



## 第 3 章 弾塑性体の運動

### 3.1 流体の運動

物質の運動を考えると、物体の変形が微少な固体に対して、流体である気体や液体は、それ自身の変形が運動の主要部分を占める。この流体において、巨視的な尺度である現象を捉えようとした場合、物質の微視的構造を平均化した量だけで現象を記述することができる【巽 1982】。よって、流体の状態と運動は、密度  $\rho$ 、速度  $\vec{v}$ 、圧力  $P$  などの物理量を、位置座標  $r$  及び時間  $t$  の関数として与えることによって決定される。流体はそれ全体が一つの力学系であり、必然的に、質量、運動量、及びエネルギーの保存則にしたがうことになる。これらはエネルギーを  $u$  とすると、以下のようにあらわすことができる。

<質量保存の法則>

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0 \quad 3 - [1]$$

<運動量保存の法則>

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P \quad 3 - [2]$$

<エネルギー保存の法則>

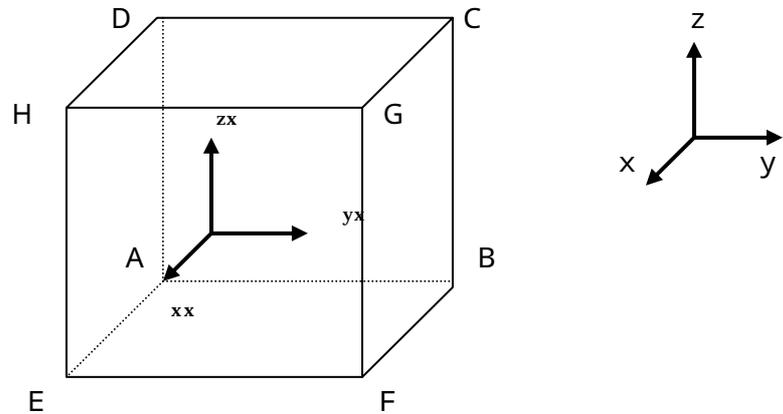
$$\rho \frac{du}{dt} = -P \nabla \cdot \vec{v} \quad 3 - [3]$$

### 3.2 弾塑性体

#### 3.2.1 応力と歪み

3 - 1 図のような直方体 ABCDEFGH において、面 ABCD に働く単位面積当たりの力を応力と呼ぶ。その(x,y,z)成分を( $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yx}$ ,  $\sigma_{zx}$ )とあらわす。同様にして y,z 軸についても行うと、各面に働く力は 3 \* 3 の行列であらわせる(応力テンソルと呼ぶ)。面に垂直に働く力を垂直応力、面に平行に働く力をせん断応力という【吉田 1997】。

物体の形が変わることを変形というが、その変形の尺度を歪みと呼ぶ。これには物体中の微小線分の距離が変わる垂直歪みと、物体中で互いに直行していた微小線分の角度が変わるせん断歪みがある【吉田 1997】。歪みも応力と同様、歪みテンソルで表現できる。また、単位時間あたりの歪みを歪み速度という。



3 - 1 図

### 3.2.2 弾塑性体と流体

一般に連続体に働く応力は、その点における歪みとその時間的变化に関係している。応力 - 歪み曲線が直線であり、この範囲で応力をゼロに戻せばひずみもゼロに戻る。このような連続体を弾性体という。応力をさらに加え続けると、応力 - 歪み曲線はとたんに緩やかになる（降伏）。この時点で応力をゼロに戻しても、歪みによる変形はゼロにならず、歪みが残る（永久歪み）【吉田 1997】。このような永久歪みを伴う連続体を塑性体といい、これらを一般に弾塑性体と呼ぶ。

弾塑性体には、応力や歪みのほかにも次のような特徴をもつ。物体に作用する応力が物体固有の強度に達したときに降伏が生じるが、その時の応力成分は関数であらわすことができ、その関数を降伏関数、降伏関数がゼロのときを降伏条件という。また、時計まわりの物体要素の剛体回転を回転という【吉田 1997】。

一方、流体を、ある変形に対する抵抗が働かないと考える完全流体とする。完全流体では、面に働く応力は常に垂直方向であるため、せん断応力はない。この時の応力を静水圧という。この静水圧を、ある応力の垂直応力の各成分より差し引いたものを偏差応力と呼ぶ。

ここから、3 - [1]、3 - [2]、3 - [3]式に偏差応力、降伏関数等を加えることによって、流体の運動を弾塑性体の運動として取り扱うことができる。

このように本研究では、流体を弾塑性体として取り扱い、流体計算法を応用して計算を行う。

## 3.3 弾塑性体の運動の記述

### 3.3.1 偏差応力

応力を  $\sigma$ 、歪みを  $\varepsilon$ 、ラメ定数を  $\lambda$ 、剛性率を  $\mu$  とすると、応力と歪みは次のようにあらわされる【Turcotte & Schubert 1982】。

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{yy} + \lambda\varepsilon_{zz} \\ \sigma_{yy} = \lambda\varepsilon_{xx} + (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{yy} + \lambda\varepsilon_{zz} \\ \sigma_{zz} = \lambda\varepsilon_{xx} + \lambda\varepsilon_{yy} + (\lambda + 2\mu)\varepsilon_{zz} \end{cases} \quad 3 - [4]$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = 2\mu\varepsilon_{xy} \quad 3 - [5]$$

ここで、等方的な力をクロネッカーのデルタ記号  $\delta_{\alpha\beta}$  を用いてあらわすとすると、3 - [4]、3 - [5]式より応力と歪みは、

$$\sigma_{\alpha\beta} = 2\mu\varepsilon_{\alpha\beta} + \lambda\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} \quad 3 - [6]$$

とあらわせる。

いま、静水圧を考える。この時、応力の各成分の和は、

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} = -3P = (3\lambda + 2\mu)\Delta \quad 3 - [7]$$

となり、 $P = -K\Delta$  とすると、

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu \quad 3 - [8]$$

ただし、 $P$  は圧力、 $K$  は体積弾性率とし、 $\Delta$  は体積変化をあらわす【島津 1978】。

$\Delta$  は変形を意味することから、圧力  $P$  は、

$$P\delta_{\alpha\beta} = -\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} \quad 3 - [9]$$

となり、さらに次のようにかける。

$$P\delta_{\alpha\beta} + \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} = 0 \quad 3 - [10]$$

3 - [10]式を 3 - [6]式に代入して、

$$\begin{aligned} \sigma_{\alpha\beta} &= 2\mu\varepsilon_{\alpha\beta} + \lambda\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} - \left[ P\delta_{\alpha\beta} + \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta} \right] \\ &= -\left[ P\delta_{\alpha\beta} - 2\mu\left(\varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{1}{3}\varepsilon_{\gamma\gamma}\delta_{\alpha\beta}\right) \right] \end{aligned} \quad 3 - [11]$$

となる。

ここで、 $P$  は静水圧であるより、偏差応力  $S$  は、

$$S_{\alpha\beta} = 2\mu \left( \varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \varepsilon_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} \right) \quad (\text{ただし、} S_{\alpha\beta} = S_{\beta\alpha}) \quad 3 - [12]$$

であらわせる。

### 3.3.2 塑性変形条件

3.3.1 で導いた偏差応力の 2 次不変量を  $J_2$  とすると、 $J_2$  は一般に次のようにあらわせる。

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} \quad 3 - [13]$$

ただし、本研究では 2 次元直交座標系を用いるため  $z$  方向が関与するせん断応力は、

$$S_{xz} = S_{yz} = 0 \quad 3 - [14]$$

となる。

ここで、

$$J_1 = S_{xx} + S_{yy} + S_{zz} = 0 \quad 3 - [15]$$

とおき【山口 1975】、3 - [13]式に代入すると、

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{2} (S_{xx} S_{xx} + S_{yy} S_{yy} + S_{zz} S_{zz}) + S_{xy} S_{xy} \\ &= \frac{1}{2} [S_{xx} S_{xx} + S_{yy} S_{yy} + (S_{xx} S_{xx} + S_{yy} S_{yy})^2] + S_{xy} S_{xy} \\ &= S_{xx} S_{xx} + S_{yy} S_{yy} + S_{xx} S_{yy} + S_{xy} S_{xy} \end{aligned} \quad 3 - [16]$$

となる。

また、降伏応力を  $Y_s$  とすると Mises の降伏条件は、

$$J_2 = \frac{Y_s^2}{3} \quad 3 - [17]$$

となるより、降伏関数  $f$  を

$$f = \min \left\{ \sqrt{\frac{Y_s^2/3}{J_2}}, 1 \right\} \quad 3 - [18]$$

とあらわし【Libersky & Petschek 1991】、弾塑性体問題における偏差応力を

$$S'_{\alpha\beta} = f S_{\alpha\beta} \quad 3 - [19]$$

とする。

### 3.3.3 回転

x 方向と y 方向の 2 次元歪み状態における、x 軸に平行で長さ dx の線素を考える (dy = 0) と、dx は次のようにあらわせる【山口 1975】。ただし、歪み速度  $\dot{\epsilon}$  は、

$$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_{\alpha}}{\partial \beta} + \frac{\partial v_{\beta}}{\partial \alpha} \right) \quad 3 - [20]$$

である【Libersky & Petschek 1991】。

$$\begin{aligned} dx &= \frac{\partial v_x}{\partial x} dx + \frac{\partial v_x}{\partial y} dy \\ &= \frac{\partial v_x}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) dy \\ &= \dot{\epsilon}_{xx} dx + \dot{\epsilon}_{xy} dy + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) dy \end{aligned} \quad 3 - [21]$$

ここから、

$$\dot{R}_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \quad 3 - [22]$$

とすると、この  $\dot{R}_{xy}$  は z 軸まわりの回転速度成分をあらわしていることがわかる【山口 1975】。

### 3.3.4 応力速度

物体が剛体運動をする場合、歪み速度テンソル  $E$  は定義された量であるため応力と応力テンソルの変化率は 0 となる。しかし、応力を受けた物体が剛体回転をする場合、応力状態に変化がなくとも応力テンソルが変化する。そのため、剛体回転に関しても応力の変化率が不変である導関数が必要となる【ファン 1970】。

そこで、次のような Jaumann の応力変化率 (Jaumann 率) を用いる。

$$\frac{dS_{\alpha\beta}}{dt} = \frac{DS_{\alpha\beta}}{Dt} - S_{\alpha\gamma} R_{\beta\gamma} - S_{\gamma\beta} R_{\alpha\gamma} \quad 3 - [23]$$

ただし、 $dS / dt$  を時間導関数、 $DS / Dt$  を物質導関数とする【富田 1998】。

### 3.3.5 運動方程式

弾塑性体への適用をはかるため、応力を 3 - [11]式で与えると、3 - [2]式の運動方程式は次のようにあらわせる【Benz 1993】。

$$\frac{dv_{\alpha}}{dt} = \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_{\beta}} \quad 3 - [24]$$

本研究では、 $x$ 、 $y$  の 2 次元直交座標系を用いて数値シミュレーションを行う。よって、速度を  $x$  方向と  $y$  方向に、右辺を各成分に分解し、応力を圧力  $P$  と偏差応力  $S$  であらわすと、

$$\begin{aligned}\frac{dv_x}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} - \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \right) \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial S_{yx}}{\partial x} - \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \right)\end{aligned}\tag{3 - [25]}$$

となる。

### 3.3.6 エネルギー保存の方程式

運動方程式と同様に、3 - [3]式の  $P$  を に置き換え、応力を 3 - [11]式で与えると、エネルギー保存の方程式は次のようにあらわせる。

$$\rho \frac{du}{dt} = \sigma_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} v_\beta \tag{3 - [26]}$$

ここで、

$$\begin{aligned}\rho \frac{du}{dt} &= \left( \sigma_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \sigma_{yy} \frac{\partial v_y}{\partial y} + \sigma_{xy} \frac{\partial v_y}{\partial x} + \sigma_{yx} \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\ &= (-P + S_{xx}) \frac{\partial v_x}{\partial x} + (-P + S_{yy}) \frac{\partial v_y}{\partial y} + S_{xy} \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \\ &= -P \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + \left[ S_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial x} + S_{yy} \frac{\partial v_y}{\partial y} + 2S_{xy} \times \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \right]\end{aligned}\tag{3 - [27]}$$

より、

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho} \left[ P \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + S_{\alpha\beta} \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta} \right] \tag{3 - [28]}$$

となる。

### 3.3.7 状態方程式

与えられている 1 つの閉じた系を考えたとき、その熱力学的な状態を完全にいいあらわすためには物質の状態変数が必要である。この状態変数を他の状態変数の組の一価関数としてあらわしうるとき、この関数関係を状態方程式と呼ぶ【ファン 1970】。

先に挙げたように、流体と弾性体の基本的な相違点は偏差応力の有無である。そうすると、弾性体を取り扱うためには偏差応力を系の中での状態変数として適応させなければならない。そこで、圧力  $P$ 、密度、絶対温度  $T$  の状態変数に関数関係を持たせる次のような

状態方程式を考える。

$$f(P, \rho, T) = 0 \quad 3 - [29]$$

本研究ではプログラムの信頼性を測るため2つのパターンのテストを行い(第5章参照) テストモデル1では無限小歪みにおける弾性体の運動を、テストモデル2では大変形をと もなう弾塑性体の運動をそれぞれテストした。後者の場合、圧力Pの値は物体中のエネルギー変化により大きく変動する。また、音速も同様の理由から大きく変動する。

このことから、本研究では圧力Pと音速cの計算に次のような方程式をそれぞれ用いる こととする。

< 弾性体の状態方程式 >

$$P = K_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \quad 3 - [30]$$
$$c = \sqrt{\frac{K_0}{\rho_0}}$$

ただし、 $K_0$  : 体積弾性率、 $\rho_0$  : 初期密度とする。

無限小歪みでは、系の中の温度変化が大きくないことから $K_0$ を用いて計算する(体積弾 性率は温度によって変動する)。

< Gruneisen 状態方程式 >

$$P = \gamma \rho u \quad 3 - [31]$$
$$c = \sqrt{\gamma u}$$

ただし、 $\gamma$  : Gruneisen パラメーター、 $u$  : 内部エネルギーとする。

物体が高速衝突をする場合、急激な内部エネルギーの上昇が衝突面で見られるため、内 部エネルギーを一定と仮定した弾性体の状態方程式は不適となる。そこで、圧力がエネル ギー変化に依存する上記の Gruneisen 方程式を適用する。

## 第4章 数値計算法

### 4.1 SPH 法

#### 4.1.1 SPH 法とは

天体物理学における流体計算の一つの方法として、Smoothed Particle Hydrodynamics 法 (SPH 法) がある。これは、流体を空間的に分割し、その流体素片が互いに重なり合った集合体として流体を記述するものである。流体の記述法には、固定された点から流体を追跡するオイラー法や、流体とともに動く座標系で流体を記述するラグランジュ法があるが、これらは格子点を基本としているため、格子点がねじれるような多次元問題では計算が行えなくなることが多い【矢部ら 1995】。そのため、格子点にとらわれることなく、その点での物理量を平均化する SPH 法は多次元問題に適している。

#### 4.1.2 SPH 法の基本式

SPH 法では、物理量を格子点の値などで代表するのではなく、粒子の存在する点で物理量を代表し、それを平均化関数  $W$  (次節参照) で平均化する。

$$f(x) = \int W(x - x', h) f(x') dx \quad 4 - [1]$$

これにより、一般の物理量  $A(\mathbf{r})$  は、

$$\begin{aligned} A(\vec{r}) &\equiv \iiint A(\vec{r}_j) W(\vec{r} - \vec{r}_j, h) d\vec{r} \\ &= \iiint \frac{A(\vec{r}_j)}{\rho(\vec{r}_j)} W(\vec{r} - \vec{r}_j, h) \rho(\vec{r}_j) d\vec{r} \end{aligned} \quad 4 - [2]$$

となる。ここから、 $j$  番目の粒子 (流体素片) が、 $i$  番目の粒子に寄与する物理量の総和を近似することにより、数値を導き出す。

よって、 $A(\mathbf{r})$  は  $\mathbf{r}$  の関数として次のようにあらすことができる。

$$A(\vec{r}_i) \approx \sum_{j=1}^N M_j \frac{A(\vec{r}_j)}{\rho(\vec{r}_j)} W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h) \quad 4 - [3]$$

この  $A(\mathbf{r}_i)$  の微分は  $W$  の微分を用いて、

$$\nabla A(\vec{r}_i) = \sum_{j=1}^N M_j \frac{A(\vec{r}_j)}{\rho(\vec{r}_j)} \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h) \quad 4 - [4]$$

となる【高田 1996】。

#### 4.1.3 平均化関数

SPH 法における平均化関数には、次のようなガウス関数を用いる【高田 1996】。

$$W(\vec{r}) = \left( \frac{1}{\pi h^2} \right)^{\frac{d}{2}} \exp\left( -\frac{|\vec{r}|^2}{h^2} \right) \quad 4 - [5]$$

ただし、 $d$  は系における次元をあらわす。また、 $h$  は平均化関数の基底長さをあらわし、 $W$  は規格化のため次の関係を満たす【矢部ら 1995】。

$$\int W dx = 1 \quad 4 - [6]$$

これらから  $W$  の微分  $\nabla W$  は、本研究では 2 次元直交座標系を用いることから、

$$\begin{aligned} \nabla W_i(\vec{r}_i - \vec{r}_j) &= \frac{d}{d\vec{r}_i} \left( \frac{-|\vec{r}|^2}{h^2} \right) W(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \\ &= -\frac{2}{h^2} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \frac{\partial (\vec{r}_i - \vec{r}_j)}{\partial \vec{r}_i} W(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \\ &= -\frac{2}{h^2} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) W(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \end{aligned} \quad 4 - [7]$$

となる。

#### 4.1.4 流体における質量、運動量、エネルギー保存の各方程式

< 質量保存の法則 >

4 - [3]式における  $A(\mathbf{r})$  に  $(\mathbf{r})$  を代入すると、次式が得られる。

$$\rho(\vec{r}_i) = \sum_{j=1}^N M_j W(\vec{r}_i - \vec{r}_j) \quad 4 - [8]$$

流体の運動に際して、系全体における流体の質量は不変でなければならない。また、SPH では、各粒子の運動を追跡することから、上式は自動的に成立する。

< 運動量保存の法則 >

粒子の速度  $\mathbf{v}$ 、時間  $t$ 、圧力  $P$ 、人口粘性  $Q$  とすると、3 - [2]式より運動方程式は次のようにあらわせる。

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla(P + Q) \quad 4 - [9]$$

$i$  番目の粒子に対して考えると、4 - [3]式より、

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{v}_i}{dt} &= \nabla \left( \frac{P_i}{\rho_i} \right) - \frac{P_i}{\rho_i^2} \nabla \rho_i + \vec{g} \\ &= - \sum_{j=1}^N M_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + Q' \right) \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j)\end{aligned}\quad 4 - [10]$$

となる。

< エネルギー保存の法則 >

内部エネルギーを  $u$  とすると、3 - [3]式よりエネルギー保存の方程式は、

$$\rho \frac{du}{dt} = -(P + Q) \nabla \cdot \vec{v} \quad 4 - [11]$$

$i$  番目の粒子に対して考えると、4 - [3]式より、

$$\begin{aligned}\frac{du_i}{dt} &= - \frac{P_i}{\rho_i} \nabla \cdot \vec{v}_i \\ &= - \frac{P_i}{\rho_i^2} (\rho_i \nabla \cdot \vec{v}_i) \\ &= - \frac{P_i}{\rho_i^2} \sum_{j=1}^N M_j (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h)\end{aligned}\quad 4 - [12]$$

また、

$$\begin{aligned}\frac{du_i}{dt} &= - \frac{P_i}{\rho_i} \nabla \cdot \vec{v}_i \\ &= \vec{v}_i \nabla \left( \frac{P_i}{\rho_i} \right) - \nabla \left( \frac{P_i}{\rho_i} \nabla \cdot \vec{v}_i \right) \\ &= \sum_{j=1}^N M_j \left( \frac{P_j}{\rho_j^2} \right) (\vec{v}_i - \vec{v}_j) \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h)\end{aligned}\quad 4 - [13]$$

となるので、4 - [12]、4 - [13]式より、

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N M_j \left( \frac{P_i}{\rho_i^2} + \frac{P_j}{\rho_j^2} + Q' \right) \nabla W(\vec{r}_i - \vec{r}_j, h) \quad 4 - [14]$$

となる【Monaghan 1988】。

上記の運動方程式とエネルギー保存の方程式にある人口粘性  $Q$  とは、モデル上で、音速を超える速度で他の速度の異なる粒子群の間をすり抜けようとする粒子を止めるものである。天体現象においては、相対速度差が音速を越える流体の境界面で、しばしば衝撃波が発生する。SPH 法を用いての流体の記述においても、しばしば相対速度が音速を越える粒

子群のぶつかり合いとして表現される。この場合、圧力勾配項だけでは粒子のすり抜けを止めることができない。そこで、衝撃波面の近傍だけで働く粘性を付加することで、この現象を回避しようとするものである【矢部ら 1995】。

## 4.2 弾塑性体への適用

### 4.2.1 偏差応力と回転

3 - [12]式より無限小歪みにおける偏差応力は、

$$\begin{aligned} S_{\alpha\beta} &= 2\mu \left( \varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \varepsilon_{\gamma\gamma} \delta_{\alpha\beta} \right) \\ &= 2\mu \left[ \varepsilon_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}) \right] \end{aligned} \quad 4 - [15]$$

となる。物体が大変形をとまなう場合、偏差応力の変化率は各成分であらわすと、3 - [23]式より、

$$\begin{aligned} \frac{dS_{xx}}{dt} &= \frac{2}{3} \mu \left( 2 \times \frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial t} - \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial t} \right) + 2S_{xy} \dot{R}_{xy} \\ \frac{dS_{yy}}{dt} &= \frac{2}{3} \mu \left( -\frac{\partial \varepsilon_{xx}}{\partial t} + 2 \times \frac{\partial \varepsilon_{yy}}{\partial t} \right) - 2S_{xy} \dot{R}_{xy} \\ \frac{dS_{xy}}{dt} &= 2\mu \frac{\partial \varepsilon_{xy}}{\partial t} - (S_{xx} - S_{yy}) \dot{R}_{xy} \end{aligned} \quad 4 - [16]$$

となる。ここで、歪み速度は速度の長さ微分であるから、 $\dot{\varepsilon}_{\alpha\beta}$  及び  $\dot{R}_{xy}$  は、

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_{xx} &= \frac{d\varepsilon_{xx}}{dt} = \frac{\partial \overrightarrow{v}_x}{\partial x} = -\frac{1}{\rho[i]} \sum_{j=1}^N M[j] (\overrightarrow{v}_x[i] - \overrightarrow{v}_x[j]) \frac{\partial W[i][j]}{\partial x} \\ \dot{\varepsilon}_{yy} &= \frac{d\varepsilon_{yy}}{dt} = \frac{\partial \overrightarrow{v}_y}{\partial y} = -\frac{1}{\rho[i]} \sum_{j=1}^N M[j] (\overrightarrow{v}_y[i] - \overrightarrow{v}_y[j]) \frac{\partial W[i][j]}{\partial y} \\ \dot{\varepsilon}_{xy} &= \frac{d\varepsilon_{xy}}{dt} = \dot{\varepsilon}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overrightarrow{v}_x}{\partial y} + \frac{\partial \overrightarrow{v}_y}{\partial x} \right) \\ &= -\frac{1}{2\rho[i]} \sum_{j=1}^N M[j] \left[ (\overrightarrow{v}_x[i] - \overrightarrow{v}_x[j]) \frac{\partial W[i][j]}{\partial y} + (\overrightarrow{v}_y[i] - \overrightarrow{v}_y[j]) \frac{\partial W[i][j]}{\partial x} \right] \\ \dot{R}_{xy} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \overrightarrow{v}_x}{\partial y} - \frac{\partial \overrightarrow{v}_y}{\partial x} \right) \\ &= -\frac{1}{2\rho[i]} \sum_{j=1}^N M[j] \left[ (\overrightarrow{v}_x[i] - \overrightarrow{v}_x[j]) \frac{\partial W[i][j]}{\partial y} - (\overrightarrow{v}_y[i] - \overrightarrow{v}_y[j]) \frac{\partial W[i][j]}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad 4 - [17]$$

4 - [18]

となる。

#### 4.2.2 弾塑性体の SPH 表記式

4 - [10]、4 - [14]式に、人口粘性項を  $Q$  とし、 $P$  を とおいて適用すると、3 - [21]、3 - [24]式及び人口粘性  $Q$  は、次のようにあらわすことができる【Libersky & Petschek 1991】。

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -\sum_{j=1}^N M[j] \left[ \left( \frac{P[i]}{\rho[i]^2} + \frac{P[j]}{\rho[j]^2} + Q[ij] \right) - \left( \frac{S_{xx}[i]}{\rho[i]^2} + \frac{S_{xx}[j]}{\rho[j]^2} \right) - \left( \frac{S_{xy}[i]}{\rho[i]^2} + \frac{S_{xy}[j]}{\rho[j]^2} \right) \right] \nabla W(\vec{r}[i] - \vec{r}[j]) \\ \frac{dv_y}{dt} &= -\sum_{j=1}^N M[j] \left[ \left( \frac{P[i]}{\rho[i]^2} + \frac{P[j]}{\rho[j]^2} + Q[ij] \right) - \left( \frac{S_{xy}[i]}{\rho[i]^2} + \frac{S_{xy}[j]}{\rho[j]^2} \right) - \left( \frac{S_{yy}[i]}{\rho[i]^2} + \frac{S_{yy}[j]}{\rho[j]^2} \right) \right] \nabla W(\vec{r}[i] - \vec{r}[j]) \\ \frac{du[i]}{dt} &= -\frac{1}{\rho[i]} \left[ \left( P[i] + \frac{1}{2} Q[ij] \right) \sum_{j=1}^N \frac{M[j]}{\rho[j]} (\vec{v}[i] - \vec{v}[j]) \nabla W(\vec{r}[i] - \vec{r}[j]) - S_{\alpha\beta}[i] \epsilon_{\alpha\beta}[i] \right] \\ Q[ij] &= \frac{2}{\rho[i] + \rho[j]} \left( 2 \times \omega^2 - 1 \times \omega \frac{C[i] + C[j]}{2} \right) \\ &\quad \left( \text{ただし、} \omega = \frac{h(v_x[ij]X[ij] + v_y[ij]Y[ij])}{X[ij] + Y[ij] + 0.01h^2}, C : \text{音速}, O[ij] = O[i] - O[j] \right) \end{aligned}$$

.....

4 - [19]

#### 4.3 Runge - Kutta 法

ある粒子の運動を関数で表すとき、一般に連立常微分方程式が用いられる。しかし、モデル計算上で粒子の  $t$  秒後の座標を推定するためには、その条件下にある微分方程式から解を求めることが困難であるため、他の方法をとらざるを得ない。そこで、関数のいくつかの点における値の差を用いて、格子点上の値を数値計算し、得られた差分方程式の解から微分方程式の解を推定する差分法を用いる。本研究ではその中でも代表的なものの一つである、Runge - Kutta 法を適用する。

問題を初期値問題とし、微分方程式

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad 4 - [20]$$

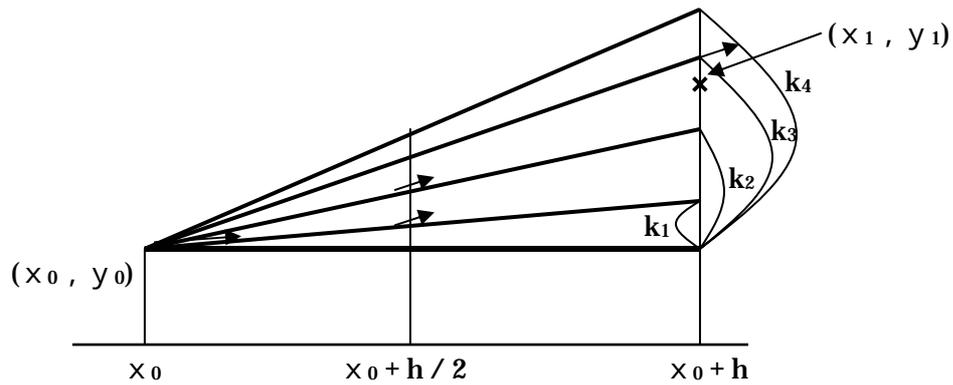
に初期条件  $(x_0, y_0)$  が与えられたとする。

この1階常微分方程式において、 $x$  が  $x_0$  から  $h$  だけ増加した点  $x_1 = x_0 + h$  における値  $y_1$  は、

$$\begin{aligned}
k_1 &= hf(x_0, y_0) \\
k_2 &= hf\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2}\right) \\
k_3 &= hf\left(x_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_2}{2}\right) \\
k_4 &= hf(x_0 + h, y_0 + k_3) \\
k &= \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\
y_1 &= y_0 + k
\end{aligned}
\tag{4 - [21]}$$

の公式により求められる。【杉江ら 1986】この  $y_1$  を  $y_0$  と置き直し、 $x$  が再び  $h$  だけ増加したときの値を求めるといった操作を繰り返す(4 - 1 図)。

これをコンピューターによる数値解法を用いて解くことにより、モデル上での  $t$  秒後の粒子の座標を求めることが可能になる。



4 - 1 図

#### 4.4 系の中でのエネルギー保存

本研究の数値計算は、上記の式を用い、時間間隔  $t$  ごとに繰り返し行う。その際、ある時刻  $t$  のときの系全体のエネルギーと、時刻  $t + t$  のときの系全体のエネルギーは等しくなければならない。そこで、系全体のエネルギーを  $toE$  とすると、 $toE[t]$  は次のようになる。

$$toE[t] = \sum_{i=1}^N \left[ \frac{1}{2} M[i] (v_x[i]^2 + v_y[i]^2) + M[i] u[i] \right]
\tag{4 - [22]}$$

本来であれば、いかなる時刻においても  $toE$  は保存されなければならないが、本研究のようにコンピューターで桁の大きい数値を計算しようとするとき、数値の誤差が出やすい。そのため、ここでの数値計算が妥当な値として扱えるように、基準を設けることが必要となる。

そこで、 $t = 0$  時の系のエネルギーを  $toE[0]$  とすると、 $toE$  の増減率  $ratE$  は、

$$\text{ratE} = \frac{|\text{toE}[t] - \text{toE}[0]|}{\text{toE}[0]} < \alpha \quad 4 - [23]$$

となり、 $\alpha$  が 3%以内であるならば、エネルギーは保存されたものとみなし計算を続行する。

## 4.5 数値の無次元化

### 4.5.1 シュミレーションに用いる各値

本研究のシュミレーションに用いる各値は次のとおりとする。ただし、 $h$  : 平均化関数の基底長さ、 $V$  : Impactor の速度、 $\rho_1$ 、 $\rho_2$  : Target、Impactor のそれぞれの密度、 $K$  : 体積弾性率、 $\mu$  : 剛性率、 $\gamma$  : Gruneisen パラメーター、 $Y_s$  : 降伏応力とする。

$$\begin{aligned} h &= 5 \quad [\text{km}] \\ V &= 5 \quad [\text{km/s}] \\ \rho_1 = \rho_2 &= 2950 \quad [\text{kg/m}^3] \\ K &= 4.7 \times 10^{10} \quad [\text{Pa}] \\ \mu &= 3.0 \times 10^{10} \quad [\text{Pa}] \\ \gamma &= 2.22 \\ Y_s &= 0.01 \times K_0 \quad [\text{Pa}] \end{aligned}$$

上記の数値は、直径 30km の玄武岩質の物体が 5km/s で同質の海洋地殻に衝突することを示している。玄武岩に着目した理由としては、この岩石が海洋地殻の主要構成岩石であることであり、Target と Impactor の密度を等しいものとした理由は、プログラムの簡素化のためである。

また、物体が数 km/s ほどの高速である場合、物体が大気や海洋を通り抜け海洋地殻に衝突する際に、大気や海洋による物体のエネルギーの損失はほとんどない【O'keefe & Ahrens 1982】。そこで、本研究におけるシュミレーションでは大気や海洋によるエネルギーの減少を近似し、それらによる影響を考慮に入れない。

このような値は実際の隕石衝突と異なるわけだが、本研究のように桁の大きい値を数値シュミレーションする場合、多少の誤差は近似できると考えられる（桁数の同じ範囲で）。

### 4.5.2 無次元化

繰り返しになるが、本研究では桁の大きい数値をコンピューターに入力し数値計算を行う。その際に生じると考えられる数値の桁落ちなどを回避するため、入力する上記の数値を無次元化し、無次元数にて数値計算を実行する。

#### 1. 平均化関数の基底長さ

$$h = 5.0 \times 10^3 [\text{m}] \equiv 1 \text{ とすると、}$$

$$[L] = 5.0 \times 10^3 [\text{m}]$$

## 2 . Target、 Impactor の質量

$$\rho_1 = \rho_2 = 2.95 \times 10^3 \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \equiv 1 \text{ とすると、}$$

Target、 Impactor の質量 M1、 M2 は、

$$\begin{aligned} [M] &= M1 = M2 \\ &= \rho h^3 \\ &= 2.95 \times 10^3 [\text{kg}/\text{m}^3] \times (5.0 \times 10^3 [\text{m}])^3 \\ &\approx 3.7 \times 10^{14} [\text{kg}] \end{aligned}$$

## 3 . 時間

$$v = 5.0 \left[ \frac{\text{km}}{\text{s}} \right] \equiv 1 \text{ とすると、 時間 T は、}$$

$$[T] = \frac{5.0 [\text{km}]}{5.0 \left[ \frac{\text{km}}{\text{s}} \right]} = 1.0 [\text{s}]$$

## 4 . 体積弾性率

$$\text{体積弾性率 } K = 4.5 \times 10^{10} [\text{Pa}] \equiv 1 \text{ とすると、}$$

$$\begin{aligned} K0 &= K \times \frac{[L][T]^2}{[M]} \\ &= 4.7 \times 10^{10} [\text{Pa}] \times \frac{5.0 [\text{km}] \times 1^2 [\text{s}]}{3.7 \times 10^{14} [\text{kg}]} \approx 6.4 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

## 5 . 剛性率

$$\text{剛性率 } \mu = 3.0 \times 10^{10} [\text{Pa}] \text{ とすると、}$$

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \mu \times \frac{[L][T]^2}{[M]} \\ &= 3.0 \times 10^{10} [\text{Pa}] \times \frac{5.0 [\text{km}] \times 1^2 [\text{s}]}{3.7 \times 10^{14} [\text{kg}]} \approx 4.1 \times 10^{-4} \end{aligned}$$

以上の無次元化により、数値シミュレーションを行うものとする。

## 第5章 シュミレーションモデル

### 5.1 テストモデル

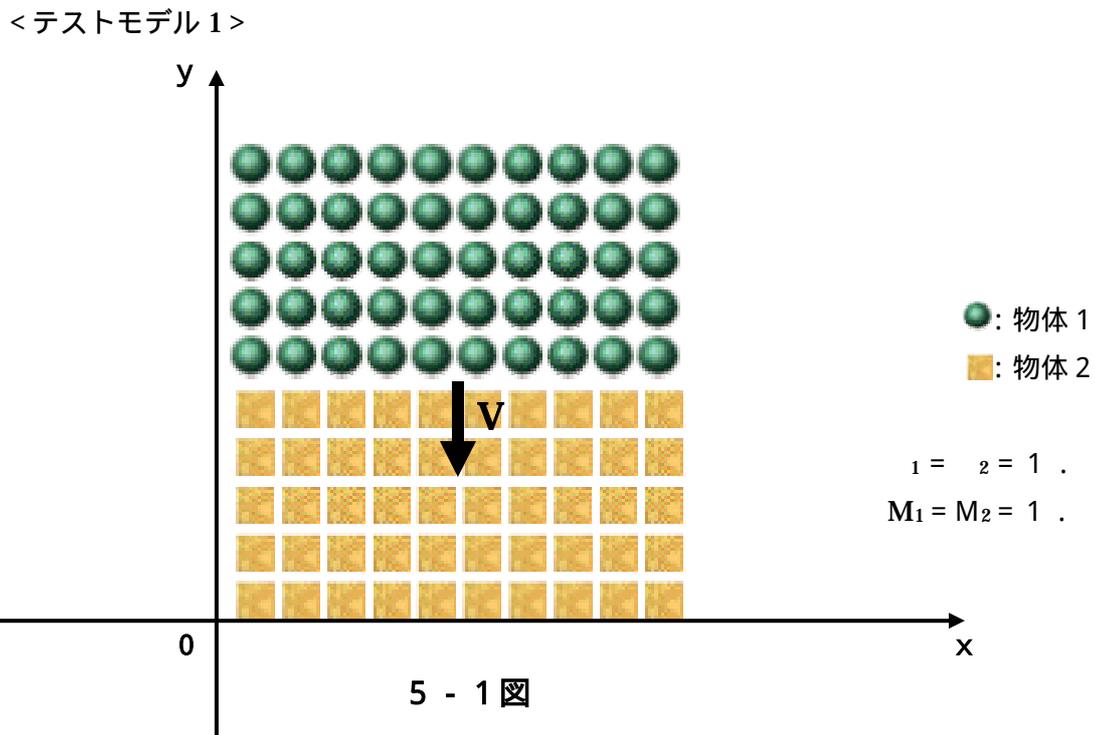
本研究で行うダスト放出の数値シュミレーションを実行するにあたり、プログラムの妥当性を測るため、以下に挙げるテストモデルを考える。

#### 5.1.1 弾性体の運動モデル

弾性体とは先に述べた通りであるが、ここでもう一度整理すると次のような特徴をもつ【島津 1975】。

- ・伸び縮みの量が加えた力に比例する。(Hookの法則)
- ・力を加えた瞬間に変形し、力を除くと瞬間的に元の状態に戻る。

以上の点をふまえ、無限小歪みにおけるテストモデル1を考える(5-1図)。なお、この無限小歪みのプログラムコードは、「海の荷重による月地殻変遷の数値シュミレーション」【照井 1999】を参考にした。



ただし、物体1、物体2の密度と質量をそれぞれ  $\rho_1$ 、 $\rho_2$ 、 $M_1$ 、 $M_2$ 、1つの粒子の距離を  $h = 1$  とし、2つの物体は強度(体積弾性率、剛性率)形態においても等しいとする。

このとき物体1に初速度  $V = -0.1$  を与え、同質量・同体積の物体の衝突をシュミレーションする。時間を  $T$  とおき、 $T = 50$  までの粒子の運動を追跡したものを5-2、5-3、5

- 4 図にまとめる。5 - 3、5 - 4 図中の  $Y_h$ 、 $Y_0$  とはそれぞれ、物体 1 の最上部の粒子と物体 2 の最下部の粒子との距離、物体 1 の最下部の粒子と物体 2 の最上部の粒子との中点の  $y$  座標をあらわす。

このテストモデル 1 から、以下の点が確認された。

- ・ すべての粒子が弾性運動をしている。(5 - 2 図より)
- ・ 物体 1 と物体 2 の境界面は  $-0.05V$  で進行しており、運動量が保存されている。(5 - 3 図より)
- ・ 粒子のすり抜けがおきていない。
- ・ 系を通じてエネルギーは保存されている。(±1%未満)
- ・ 衝突後の粒子の運動は上下左右対称である。  
(各物体の初期密度が異なっても左右対称。ただし、鉛直方向からの衝突に限る。)

### 5.1.2 弾塑性体の運動モデル

弾塑性体の特徴についてまとめると、次のようになる。

- ・ 応力が降伏点を超えると永久変形が生じる。
- ・ さらに力を加えると、応力は一定となる(弾完全塑性体)。

以上の点をふまえ、テストモデル 2 は大変形をともしなう鉄の棒を考える。

#### <テストモデル 2>

弾塑性体のテストモデルは、Libersky & Petschek が 1991 年に行ったテストを再現する。以下にその概要の説明を記す。

速度  $200\text{m/s}$  で、長さ  $2.540\text{cm}$ 、厚さ  $0.760\text{cm}$  の鉄の棒が剛体面(reflective boundary)に衝突する(5 - 5 図)。鉄の棒は弾完全塑性体であり、圧力の計算には Gruneisen 方程式を用いる。このとき、全粒子数を 1320、鉄の密度を  $7.85\text{g/cm}^3$ 、降伏応力  $6.00\text{Kb}$ 、剛性率  $800\text{Kb}$ 、Gruneisen パラメーターを 1.81 とする。

上記のパラメーターを用いて行った  $50\ \mu\text{s}$  後のオリジナルモデルとテストモデル 2 の結果、並びに弾性体の状態方程式を用いた結果を 5 - 6 - 1、5 - 6 - 2、5 - 7 図にそれぞれ示す。ただし、SPH 計算は多大な時間を要するため、長さの比は同程度だが粒子数を約 4 分の 1 の 320 ( $10 * 32$ ) とした。なお、テストモデル 2 のプログラムはテストモデル 1 のプログラムに塑性変形条件等を加えたものである。

このテストモデル 2 から以下の点が確認された。

- ・ 応力がある一定値(降伏点)を越えると物体は塑性変形する。
- ・ 物体が高速衝突する時の圧力を計算する方程式は、Gruneisen 状態方程式が適当である。

以上のテストモデル 1 と 2 から、プログラムの一応の妥当性が得られたことを確認する。

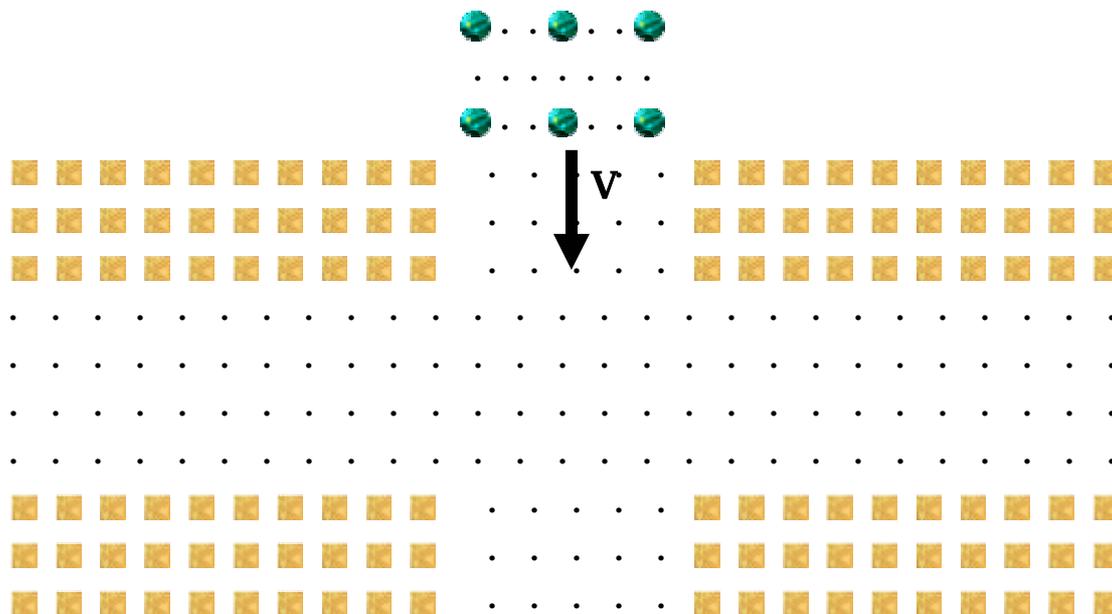






## 5.2 シュミレーションモデル

本研究における数値シュミレーションは、Target [ ■ ] 及び Impactor [ ● ] のx方向とy方向の粒子数をそれぞれ  $76 \times 45$ 、 $6 \times 6$  とし、Impactor の各粒子に初速度  $V$  を与える (5-8 図)。



5 - 8 図

このときの各値は、4-5 節で示したとおりである。

粒子数の決定に関しては、テストモデル 1 の結果からわかるように衝突後の粒子の動きは左右対称になるので、実際にコンピューターで計算する粒子の数はこのモデルの半分で十分なことになる。ここで、第 2 章の理論から見積もられるトランジェントクレーターの直径と、Impactor の直径・速度の関係により、本研究において、Target は Impactor のおおよそ 10 倍以上の大きさがあれば充分であることがわかる。よって、本モデルの粒子数は先に挙げたとおりとする。

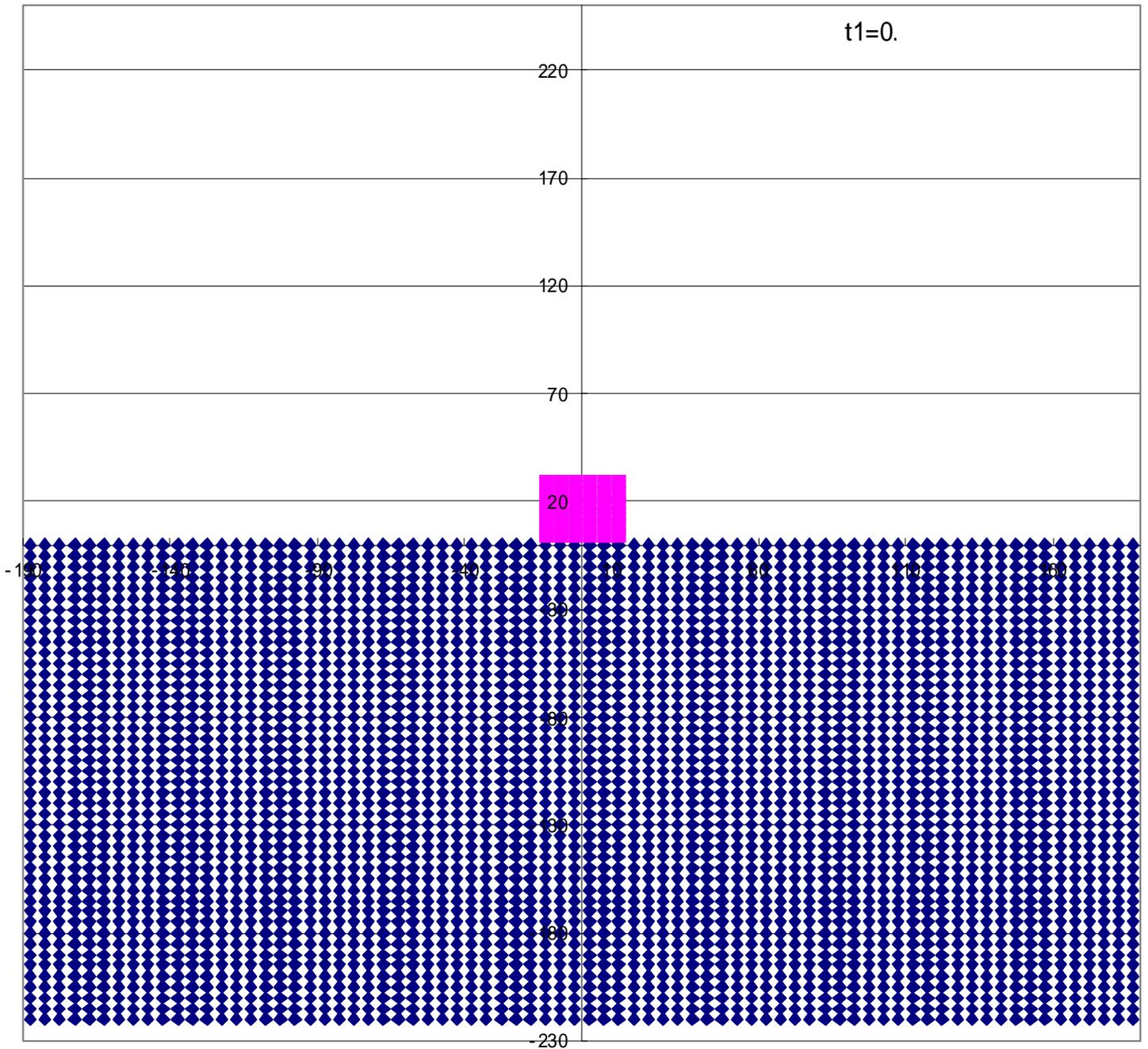
また、衝突後に形成されると予想されるイジェクタカーテンの、x 軸プラスまたはマイナス方向における進行が停滞した時点の本シュミレーションの終了とする。これは、次の事柄に起因する。

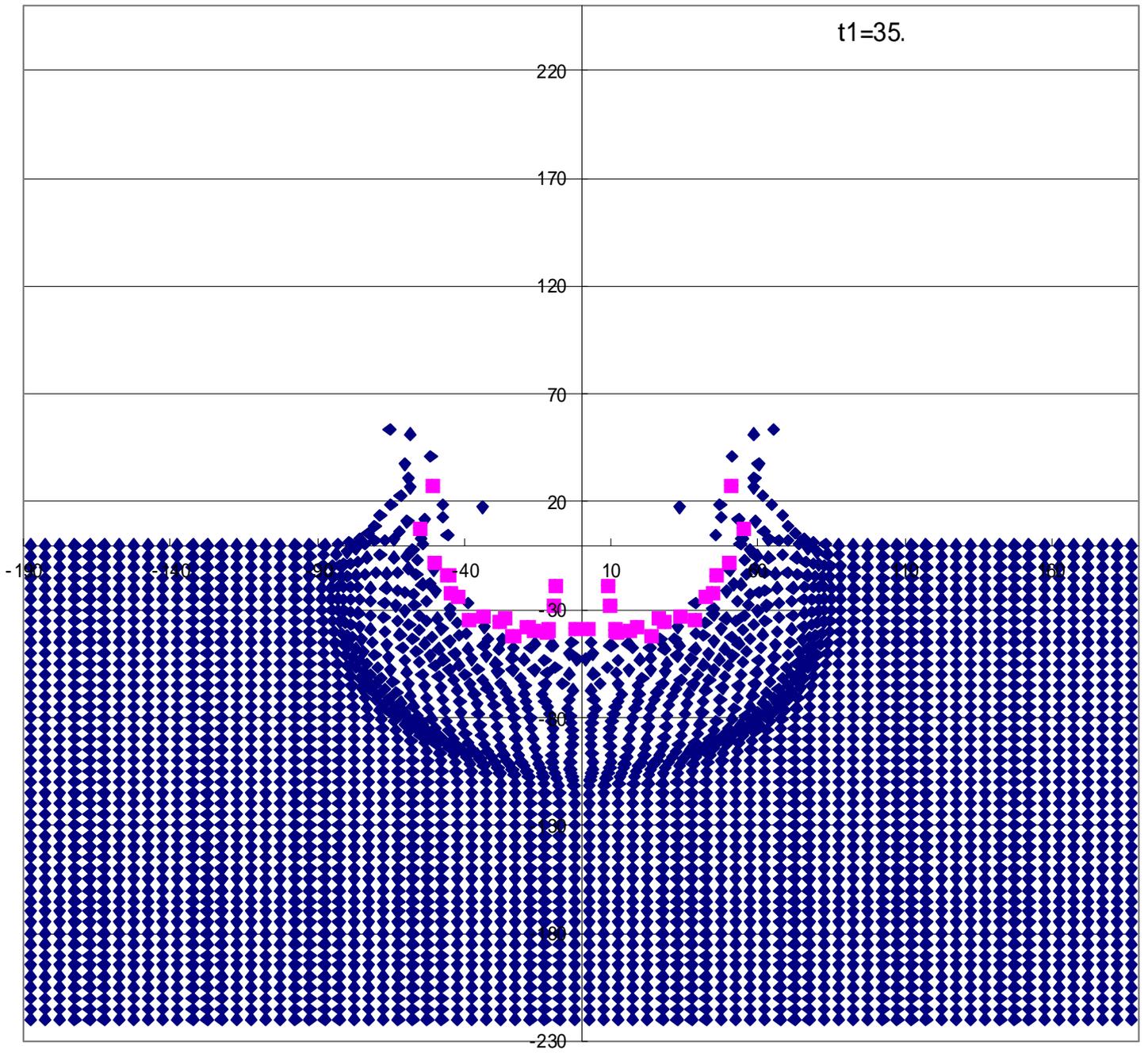
- ・ 本研究の目的がダスト放出の数値シュミレーションであること。
- ・ 重力作用を無視しているため、2 次クレーター形成によるダスト放出がないこと。
- ・ トランジェントクレーター形成後のクレーターの発達を追跡するには、莫大な時間を要すること。

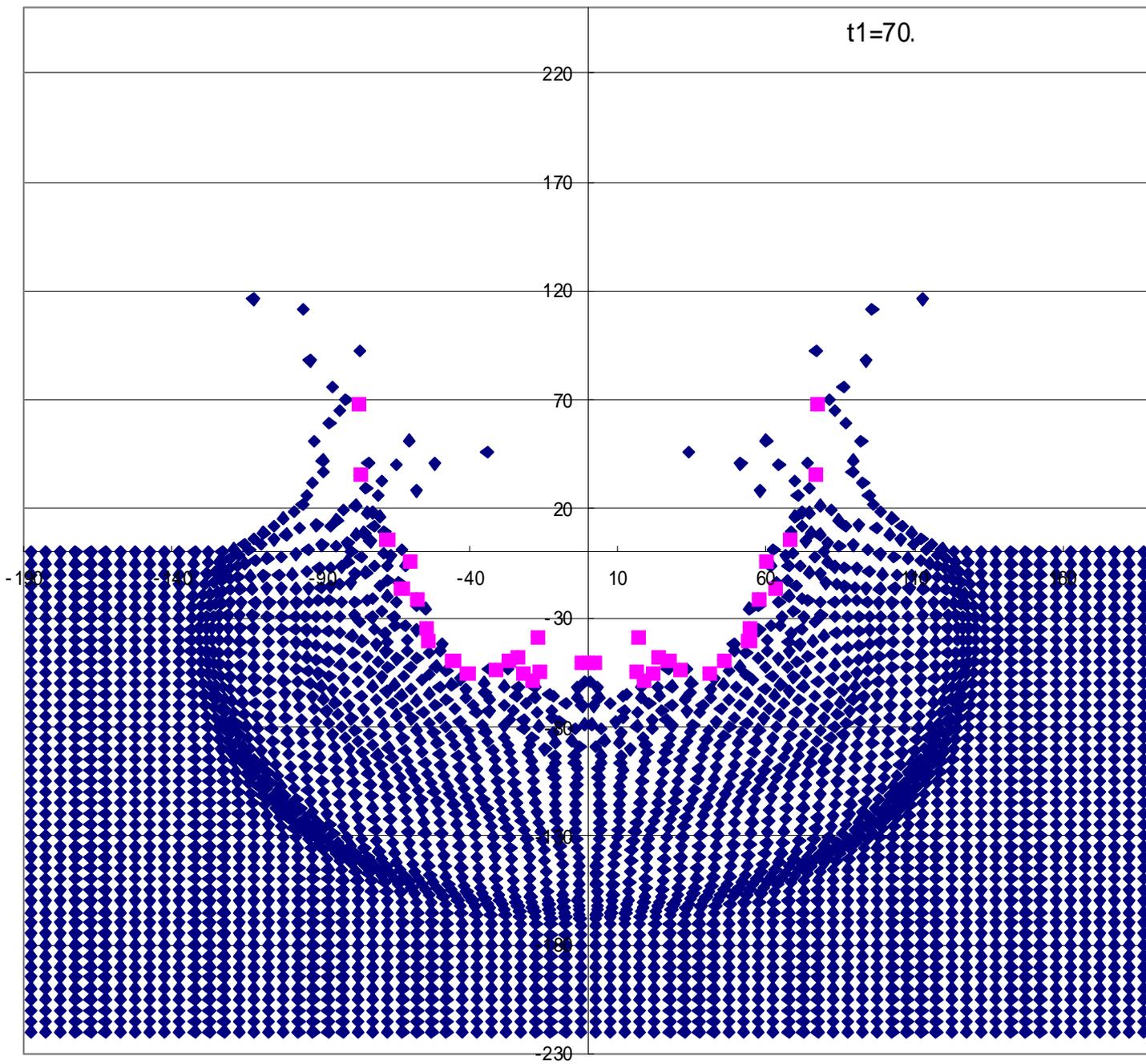
## 第6章 計算結果

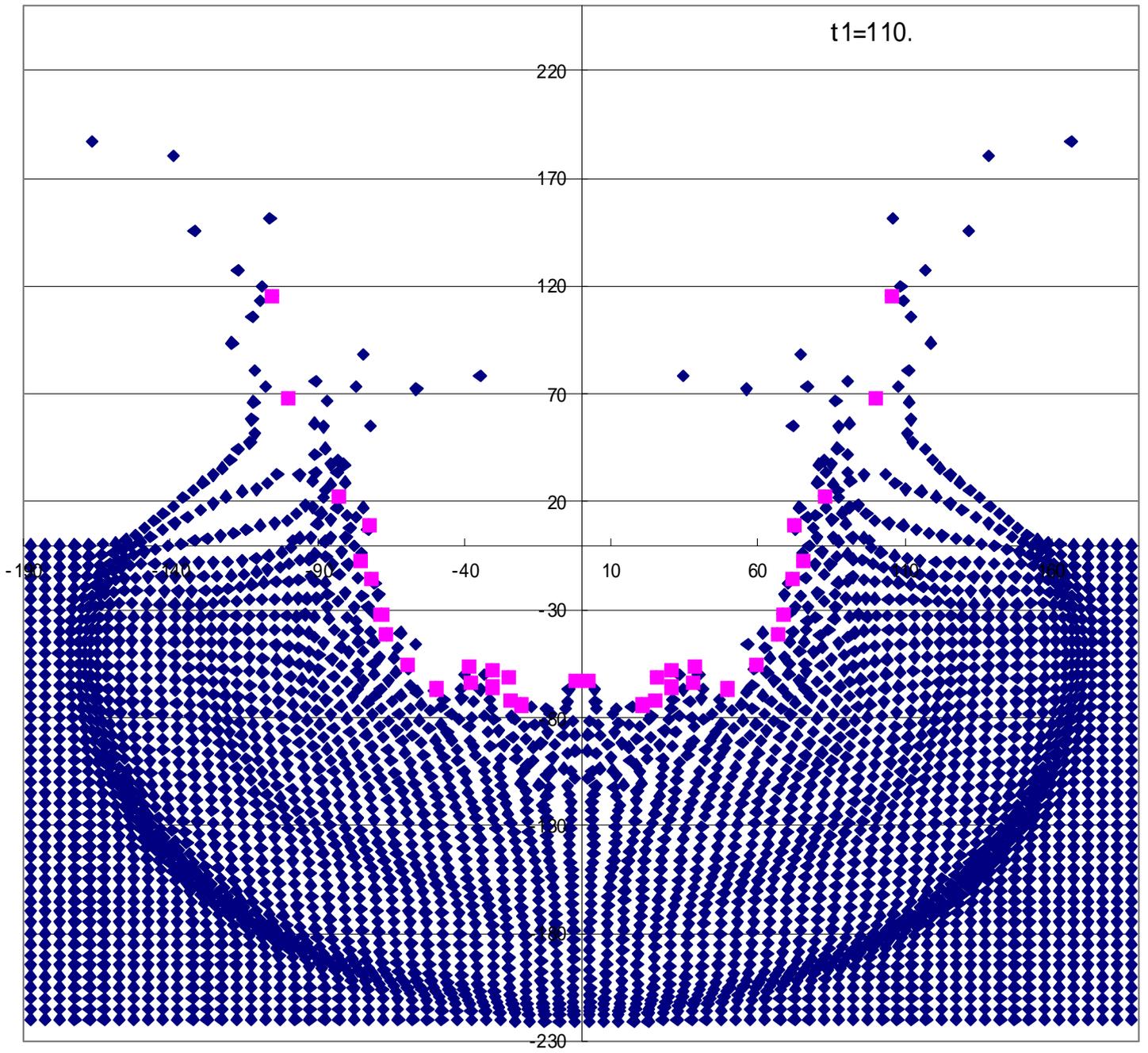
### 6.1 数値シミュレーション

コンピューターによる数値計算の結果を2次元直角座標系にプロットし、時刻  $t$  における粒子の運動を追跡したものを以下に示す。









## 6.2 ダストの放出質量

6-1節の数値シミュレーションで確認できるように、 $t = 110$  . の時点でトランジェントクレーターが形成された。

そこで、 $y$  座標に 0 より大きい値を持つ粒子を衝突により掘削されたとみなし、その粒子番号  $i$ 、粒子の  $x$ 、 $y$  座標、粒子の速度  $V_x$ 、 $V_y$ 、粒子の高度  $Alt_i$ 、 $t = 0$  . 時の  $x$  座標  $x_0$ 、粒子番号  $i$  の質量  $M(i)$ 、重力下での粒子の最大到達高度  $H$  を表 6-1 (巻末資料に添付) にまとめる (本シミュレーションは 2 次元  $y$  軸対称であるため、プラス  $x$  方向の粒子のみを記述する)。

ただし、粒子の質量  $M(i)$  及び重力下での粒子の最大到達高度  $H$  の導出は以下のとおりとする。

質量  $M(i)$  の導出については、実際のダスト放出は 3 次元空間で行われるため、プラス  $x$  方向の粒子のみを考えた場合、1 つの粒子の持つ質量はその粒子を  $y$  軸中心に 1 回転したときの軌道体積を負うと考える (2 次元軸対称)。

そこで、2 次元平面座標系で衝撃波が伝播するとき、衝突地点から隕石半径で無次元化された距離  $r$  離れたときの発生圧力を  $P$  とし、2 次元軸対称における距離  $r'$  時の発生圧力を  $P'$  とすると、

$$\begin{aligned} 2\pi r P &= (\text{一定}) \\ 4\pi r'^2 P' &= (\text{一定}) \end{aligned} \quad 6 - [1]$$

となる。

ここで、 $P = P'$  とおくと、 $r' = r$  となることから、2 次元軸対称における粒子の質量  $M(i)$  は、

$$M(i) = 2\pi \sqrt{x_0(i)} \times h^2 \times \rho \quad 6 - [2]$$

となり、掘削された質量は  $M(i)$  の総和であらわされる。

重力下での粒子の最大到達高度  $H$  の導出については、本シミュレーションにおいて重力加速度を考えていないため、粒子同士の何らかの寄与がない状態では粒子の速度は等速となる。したがって、 $t = 110$  . 時の粒子の速度をその粒子が  $t = 0$  . 時にもった初速度と考えることで  $H$  を算出した。

上記の手続きにより、

$$(\text{掘削された質量}) = 9 * 10^{17} \text{ [kg]}$$

と算出される。

## 6.3 トランジェントクレーターの直径

形成されたトランジェントクレーターの直径を決定するために、ここでは粒子の選出に

際して次の基準を設けることとする。

- ・ y 座標が 0 以下である。
- ・ x 軸の近傍であり、それがクレーターを形成していると考えられる。

この物理的な意味を述べれば、その粒子が地殻を構成しており、地球表層に近く、クレーターの形成に関わっているといったことになる。そこで、この 2 点を最も満たし、かつ最も y 軸よりの粒子をもって、2 次元平面座標系におけるトランジェントクレーターの半径とする。

ここで再び、2 次元平面座標系から 2 次元軸対称への適用を考える。

6 - 2 節と同様に考えると、 $r' = r$  となり、また粒子の座標の決定に際して上記の基準を用い、座標(25.1 , - 1.63)と決定したときのトランジェントクレーターの直径は次のようになる。

$$( \text{トランジェントクレーターの直径} ) = 75 \text{ [km]}$$

## 第7章 議 論

### 7.1 解析解との比較

解析解から求まる結果と数値シミュレーションによる結果をまとめると次のようになる。

< 解析解 >

掘削された質量  $1 * 10^{17}$  kg  
トランジェントクレーターの直径 84 km

< 数値シミュレーション >

掘削された質量  $9 * 10^{17}$  kg  
トランジェントクレーターの直径 75 km

結果の比較から考えられる差異をあげれば、解析解側からすると、理論は実験室内でおさまる規模の実験を実際の隕石衝突に発展させたことであり、数値シミュレーションの側からすると、重力を無視して考えたことや Impact Cratering を 2次元直交座標系に置き換えたことなどが考えられる。

しかし、これらの結果の比較から、数値的にシミュレーションの妥当性が確認できる。

### 7.2 ダスト放出による影響

#### 7.2.1 成層圏に到達するダスト量

衝突により放出されたダストの、重力を受ける影響から到達するであろう最大到達高度(H)は表6-1で既に示した。

これを用い、衝突により放出されたダストがどれだけ成層圏(高さ15-50km)にまで到達するかを算出すると、

$$3 * 10^{17} \text{ kg}$$

となる。

なお、成層圏の高さ幅は対流圏界面が緯度によって異なるため、チクサルブクレーターの近郊(メキシコユカタン半島)を想定し、また白亜紀や第3紀の大気組成が定かでないため、本研究では上記のように仮定する。

また、最終的なクレーターが生成されたときの直径をトランジェントクレーターの約2倍であると考え【O'keefe & Ahrens 1993】と、本シミュレーションは、チクサルブ

クレーターのトランジェントクレーターよりも半径にして 20km ほど小規模である。よって、実際の K/T 境界における衝突ではさらに多大なダスト放出であったことが予測される。

### 7.2.2 成層圏エアロゾルとなるダスト

成層圏にはエアロゾル層が存在し、その最大値は圏界面から 6 - 11km の高度にあり、全地球的規模で広がっている。これは、成層圏において、気温が高さとともに上昇しているため安定な層序をなしており、また空気が乾燥しているため（相対湿度 1%程度）雨が降らない。そのため、上下の攪拌がなく、降水による除去作用もないので成層圏に取り込まれた物質は長くそこに滞在する【磯野 1975】。成層圏のこのような特徴により、放出されたダストの一部もまた、成層圏エアロゾルとなる可能性が高い。

ところで、本研究においては、前節で成層圏に到達するダストの量を求めたが、そのうちのどれほどが成層圏に滞留できるかについてはいまだ定かにしていない。そこで、前述のように、衝突実験や核実験の実験結果より求められたイジェクタの累積質量比率とイジェクタの粒径分布の関係（7 - 1 図）から、大気中に長期間浮遊できる岩石粒を 1  $\mu\text{m}$  以下と仮定すると、それらは 0.1% の質量比をもつことがわかる。

### 7 - 1 図 【from O'keefe & Ahrens 1982】

ここから、成層圏への放出質量のおよそ 0.1% が大気中に浮遊することになる。そこで、これらが長く大気中に残存すると考えると、前節の結果から、

$$3 * 10^{14} \quad \text{kg}$$

の質量の微細なダストが成層圏エアロゾルとして滞留することになる。

### 7.2.3 気候への影響

成層圏エアロゾルが気候変動を引き起こす顕著な例として火山の噴火によるものがあげられる。火山噴火物が成層圏エアロゾル層に滞留することにより日射の一部が遮られることはよく研究されており、太陽放射に対する透過率の変化が気候変動の一因と考えられている【田中 1995】。このことは巨大隕石衝突時に発生するダストが及ぼす影響と非常によく類似していると考えられる。そこで、7.2.2 節で算出した値が地球全域を覆ったときの厚さを求めると、およそ 0.2mm になる。この値がどのような気候変動を示唆するかについては本旨を離れるため言及しないが、今世紀最大級ともいわれるメキシコのエルチヨン火山の噴火による気候変動とは比較にならないほど大きいものであったことはいうまでもない。

### 7.3 今後の課題

K/T 境界における隕石衝突は、現在では最も有力な説であるが、この仮説が発表された当初は社会的にも大論争を巻き起こした。それはこの仮説が激変的なものであり、この説の肯定によりさまざまな分野における定説が覆されることに起因していたからではないだろうか。

白亜紀や第三紀の地球環境、生存していた生物、地球外物質の組成など問題は多岐に及ぶ。K/T 境界に限ったことではないが、豊富な知識や情報をもとに問題に取り組むことが何より肝要なことと思われる。本研究で得られた結果をもとに環境変動、生物への影響などさらに踏み込んだ考察が必要であると考えられる。

本研究のシュミレーションにおいては、まず重力を考慮したプログラミングが必要である。これは、シュミレーション後の考察により行うのではなく、ダストの散布状況と関わってくるため、物体が流体のように振る舞っているときはまだよいが、その後は無重力空間のダスト散布になってしまい、シュミレーションの妥当性が乏しくなるためである。結果の解析においては、近似する場面が多すぎたことがあげられる。具体的な仮説から綿密な考察へとつなげていけるよう当初から配慮すべきである。

また、プログラムの完成までにほとんどの時間を費やしたため、そこから得られたことや次への課題などに取り組む時間がなかったことが最大の反省点であり、多次元問題に適している SPH 法は、その反面、長時間に及ぶコンピューターの計算時間を要することが最大の短所であった。

## 第8章 結 論

物体に応力を加えると歪みが生じる。応力の大きさがある一定内の範囲であれば、物体は元の形に戻り弾性運動をする。しかし、応力がひとたび一定値（降伏点）を越えると、それにともない物体に永久歪みが生じ、物体は塑性変形する。このような物体の特性を順次プログラムに加えていくことで、最終的に高速衝突する物体の運動を SPH 法を用い、数値シミュレーションとしてあらわす。

このような経緯を経て、本研究は、K / T 境界層における隕石衝突により発生するダストの放出を数値シミュレーションで追跡した。

それにより、トランジェントクレーター生成時までのダストの散布状況を視覚的に捉えるとともに、Impactor により掘削された質量と生成したトランジェントクレーターの直径を次のように推定した。

掘削された質量	$9 * 10^{17}$	kg
トランジェントクレーターの直径	75	km

この値を 理論から求まる結果と比較した結果、妥当であることが確認された。

そこで、トランジェントクレーター生成時におけるダストの放出質量のどれだけが成層圏エアロゾル層に滞留し、それがどの程度の厚さで地球表面を覆ったのかを算出した。その結果は以下のとおりである。

成層圏エアロゾル層に滞留する質量	$3 * 10^{14}$	kg
地球表面を覆う厚さ	0.2	mm

以上が本研究の成果である。

## 謝辞

本卒業論文の研究を行うにあたり、懇切丁寧なご指導をいただいた宮城教育大学教育学部理科教育講座（地学科）の高田淑子助教授に深く感謝いたします。

また、同大学地学科の青木守弘教授、森洋介教授、川村寿朗助教授、菅原敏博士には、日頃から親切なご助言をいただいたことに深く感謝いたします。

最後に、研究並びに卒業論文の作成にあたり、様々なご援助をいただいた、同室である堀忍君、石森譲君、須田敏典君、西川洋平君、隅山智子さん、そのほか関係者の皆様に謝意を表します。

## 参考文献

- Benz .W & Asphaug . E (1993):「Impact Simulations with Fracture .I .  
Method and Tests」 in ICARUS 1 0 7 . 98 - 116  
Academic Press
- ファン .Y .C (1970): 共訳大橋義夫・村上澄男・神谷紀生:「固体の力学 / 理論」 93  
- 96 , 130 - 133 培風館
- 木田秀次 (1979):「第 6 章 地球規模の輸送過程」 in 「大気汚染物質の動態」 192  
- 194 東京大学出版会
- Libersky .L .D and Petshek .A .G (1991):「Smooth Particle Hydrodynamics  
With Strength of Materials」 in Advanus in the  
Free - Lagrange Method . 248 - 257 Springer - Verlag
- Melosh .H .J (1989):「SCALING OF CRATER DIMENSIONS」 in IMPACT  
CRATERING 117 - 122 OXFORD MONOGRAPHS ON  
GEOLOGY AND GEOPHYSICS NO . 11
- Monaghan . J . J (1988):「AN INTRODUCTION TO SPH」 48 , 89 - 96  
Computer Physics Communications
- O'keefe .J .D & Ahrens .T .J (1982):「The interaction of the Cretaceous  
/Tertiary Extinction Bolide with the atmosphere ocean ,  
and solid Earth」 in Modeling the Dynamics of  
Large Body Impacts 103 - 120 Geological Society of  
America Special Paper 190
- O'keefe . J . D & Ahrens . T . J (1993):「Planetary cratering mechanics」  
17011 - 17028 J . Geophys 98
- 島津泰男 (1971):「地球の物理」 23 - 34 裳華房
- Shoemaker . E . M & Shoemaker . C . S (1990):「The Collision of Solid  
Bodies」 in The New Solar System 259 - 274  
Cambridge University
- 杉江日出澄・岡崎明彦・足達義則・尾崎正弘 (1986):「FORTRAN による数値計算法」  
91 - 94 培風館
- 多田隆治・松井孝典 (1999):「科学 vol.69」 919 - 919 岩波書店
- 高田淑子 (1992):「SPH 粒子数値計算法の惑星科学への適用」 277 - 283 地震  
第 49 巻
- 田中正之 (1995):「火山の事典」 259 - 269 朝倉書店
- 照井薫 (1999):「海の荷重による月地殻変遷の数値シミュレーション」 3 - 6
- 富田佳宏 (1998):「数値弾塑性力学」 109 - 112 養賢堂

- Turcotte . D . L & Schubert . G ( 1982 ) : 「Geodynamics - Applications of  
continuum Physics to geological problems」 in ELASTIC  
AND FLEXURE . 104 - 133 J . Wiley & Sons
- 巽友正 ( 1982 ) : 「流体力学」 4 - 6 , 36 - 38 培風館
- Wingate . C . A & Fisher . H . N ( 1991 ) : 「Strength Modeling in SPHC」  
LosAlamos National Laboratory
- 矢部孝・観山正見・椋島成治 ( 1992 ) : 「パソコンによるシュミレーション物理」  
60 - 68 朝倉書店
- 山口柏樹 ( 1975 ) : 「弾・塑性力学」 23 - 25 , 199 - 202 森北出版
- 吉田総仁 ( 1997 ) : 「弾塑性力学の基礎」 16 - 18 , 31 - 33 , 38 - 41 , 140 - 141  
共立出版

## 資 料

- ・ 表 6 - 1
- ・ 各パラメーターの説明
- ・ フローチャート
- ・ SPH C - プログラム

表 6 - 1

i	x座標 [km]	Altitude [km]	Vx[km/s]	Vy[km/s]	t = 0時のx 座標	掘削質量 M [kg]	H[km]
14	82.7941	22.50496	0.30398	0.393445	2.5	3.66152E+15	12.61239
15	72.43178	9.547945	0.28312	0.329725	2.5	3.66152E+15	9.636506
16	100.2915	67.97965	0.59601	0.805255	2.5	3.66152E+15	51.20732
17	105.3702	115.8979	0.69246	1.19025	2.5	3.66152E+15	96.74469
108	87.71925	54.92237	0.41599	0.708815	2.5	3.66152E+15	34.46257
153	166.6326	187.3274	1.349605	1.779875	3.5	4.33237E+15	254.5606
154	71.85038	55.06816	0.35005	0.672085	3.5	4.33237E+15	29.29761
198	138.7829	180.3329	1.07109	1.719225	4.5	4.91245E+15	209.3351
199	34.48108	78.4499	0.01305	0.809875	4.5	4.91245E+15	33.47285
200	74.33549	17.18061	0.27334	0.42163	4.5	4.91245E+15	12.88197
243	106.0572	151.2277	0.728945	1.469755	5.5	5.43092E+15	137.3235
244	74.47509	88.51163	0.362735	0.930085	5.5	5.43092E+15	50.84871
245	80.44457	28.89091	0.26402	0.491695	5.5	5.43092E+15	15.89135
246	72.75813	7.382395	0.26362	0.322235	5.5	5.43092E+15	8.843413
288	131.8285	145.5866	0.954255	1.439095	6.5	5.90403E+15	152.1223
289	56.34761	72.30117	0.120965	0.792215	6.5	5.90403E+15	32.7672
290	86.56474	66.90177	0.423455	0.846405	6.5	5.90403E+15	45.69977
291	78.77536	7.928385	0.25525	0.36597	6.5	5.90403E+15	10.15748
333	117.0726	127.2176	0.77545	1.28475	7.5	6.34194E+15	114.8931
334	76.76408	73.35802	0.309695	0.8213	7.5	6.34194E+15	39.3084
335	80.77155	37.26426	0.254915	0.513465	7.5	6.34194E+15	16.76673
336	76.81907	13.0263	0.251515	0.387095	7.5	6.34194E+15	10.87257
378	108.6263	119.9411	0.678675	1.24362	8.5	6.75151E+15	102.4077
379	90.59332	75.76924	0.41848	0.86514	8.5	6.75151E+15	47.12208
380	83.08788	33.42592	0.256195	0.539795	8.5	6.75151E+15	18.21503
381	79.73043	13.80445	0.27493	0.36441	8.5	6.75151E+15	10.63169
423	109.4413	113.2759	0.66156	1.19261	9.5	7.13762E+15	94.89695
424	91.12908	56.3264	0.420325	0.680645	9.5	7.13762E+15	32.65055
425	83.19075	17.35386	0.226095	0.320595	9.5	7.13762E+15	7.852046
426	80.14975	3.5404	0.193355	0.282645	9.5	7.13762E+15	5.983385
427	85.62132	3.36343	0.27318	0.31732	9.5	7.13762E+15	8.944862
468	112.0883	105.8724	0.629865	1.163615	10.5	7.50389E+15	89.32295

469	82.87828	39.16012	0.25549	0.53539	10.5	7.50389E+15	17.95498
470	85.48658	28.29183	0.25056	0.505845	10.5	7.50389E+15	16.25814
471	85.3154	11.75181	0.2037	0.32946	10.5	7.50389E+15	7.654979
472	87.58662	1.672595	0.221825	0.285295	10.5	7.50389E+15	6.663243
513	118.9481	93.57194	0.67278	1.06565	11.5	7.85309E+15	81.0328
514	85.22045	37.61125	0.27237	0.49905	11.5	7.85309E+15	16.49165
515	87.10743	25.37657	0.247715	0.440895	11.5	7.85309E+15	13.04853
516	88.75012	14.86406	0.17318	0.310895	11.5	7.85309E+15	6.461582
558	111.1985	80.93825	0.545145	0.96425	12.5	8.18741E+15	62.60006
559	87.13601	44.57682	0.22684	0.575455	12.5	8.18741E+15	19.52066
560	87.67704	21.93745	0.18923	0.461925	12.5	8.18741E+15	12.7134
561	89.93902	9.931935	0.21421	0.360395	12.5	8.18741E+15	8.967882
603	107.7317	73.60481	0.468525	0.916365	13.5	8.50861E+15	54.04288
604	90.61143	41.65195	0.216065	0.55389	13.5	8.50861E+15	18.0346
605	91.51014	17.58026	0.21009	0.398015	13.5	8.50861E+15	10.33437
606	92.19603	3.389795	0.23136	0.2932	13.5	8.50861E+15	7.117025
648	111.7372	66.16295	0.477945	0.857675	14.5	8.81811E+15	49.1856
649	90.44275	33.59303	0.163475	0.47692	14.5	8.81811E+15	12.9682
650	94.15499	18.33066	0.201335	0.39814	14.5	8.81811E+15	10.15568
651	95.97177	3.28649	0.269985	0.29106	14.5	8.81811E+15	8.041216
693	112.2211	58.3394	0.438965	0.79711	15.5	9.11712E+15	42.24871
694	91.45223	29.8574	0.147575	0.455045	15.5	9.11712E+15	11.67573
695	97.05308	14.64548	0.1063	0.319805	15.5	9.11712E+15	5.794639
696	97.98505	2.08172	0.243615	0.249035	15.5	9.11712E+15	6.192179
738	111.0788	51.66701	0.375165	0.746275	16.5	9.40662E+15	35.59567
739	96.09934	32.44829	0.12593	0.49765	16.5	9.40662E+15	13.44459
740	100.0032	11.14436	0.04432	0.29806	16.5	9.40662E+15	4.632858
783	112.855	47.33709	0.351515	0.71972	17.5	9.68748E+15	32.73264
784	103.5409	32.86285	0.15806	0.53862	17.5	9.68748E+15	16.07625
785	104.5775	10.06165	0.037355	0.2957	17.5	9.68748E+15	4.532341
828	117.0112	44.33762	0.36192	0.71356	18.5	9.96042E+15	32.66092
829	106.8896	28.56919	0.13396	0.509525	18.5	9.96042E+15	14.16128
830	109.3994	9.199165	0.037655	0.29514	18.5	9.96042E+15	4.516608
873	119.4821	39.74197	0.34237	0.687295	19.5	1.02261E+16	30.08121
874	110.3832	25.82713	0.12306	0.500035	19.5	1.02261E+16	13.52953

875	114.0534	7.28056	0.04185	0.278725	19.5	1.02261E+16	4.053013
918	122.1674	35.68461	0.32693	0.668085	20.5	1.0485E+16	28.22555
919	115.7059	24.65153	0.13926	0.524785	20.5	1.0485E+16	15.04044
920	118.4878	5.50428	0.044045	0.2639	20.5	1.0485E+16	3.652203
963	125.4207	32.36443	0.32172	0.658955	21.5	1.07377E+16	27.43497
964	121.0573	22.40073	0.155885	0.53358	21.5	1.07377E+16	15.7657
965	122.9815	4.29563	0.046455	0.25806	21.5	1.07377E+16	3.507808
1008	128.8926	29.03193	0.32033	0.650995	22.5	1.09846E+16	26.85744
1009	125.4254	19.247	0.153465	0.52457	22.5	1.09846E+16	15.24108
1010	127.4461	3.082505	0.04858	0.25108	22.5	1.09846E+16	3.336795
1053	132.2898	25.38095	0.31766	0.638245	23.5	1.1226E+16	25.93187
1054	129.7522	16.18684	0.153195	0.51686	23.5	1.1226E+16	14.82719
1055	131.8196	1.790205	0.049335	0.242105	23.5	1.1226E+16	3.114733
1098	135.6838	21.79299	0.316215	0.626675	24.5	1.14624E+16	25.13844
1099	134.1966	13.15904	0.157225	0.50953	24.5	1.14624E+16	14.50717
1100	136.2167	0.57857	0.05062	0.23562	24.5	1.14624E+16	2.963223
1143	139.011	18.24332	0.313875	0.61538	25.5	1.1694E+16	24.34745
1144	138.477	10.03544	0.157515	0.49644	25.5	1.1694E+16	13.83998
1188	142.3125	14.69258	0.311945	0.603065	26.5	1.19211E+16	23.52026
1189	142.6222	6.9754	0.161635	0.476605	26.5	1.19211E+16	12.92236
1233	145.5721	11.16826	0.31143	0.585835	27.5	1.21439E+16	22.45874
1234	146.6084	4.120625	0.19799	0.443815	27.5	1.21439E+16	12.04958
1278	148.7452	7.76694	0.31759	0.54527	28.5	1.23627E+16	20.31545
1279	150.217	1.565755	0.268515	0.393255	28.5	1.23627E+16	11.56887
1323	151.8638	4.75737	0.31157	0.450775	29.5	1.25777E+16	15.3201
1368	155.1006	2.44428	0.27331	0.323575	30.5	1.27891E+16	9.153017
1413	158.6839	0.937315	0.195395	0.1832	31.5	1.29971E+16	3.660278
1458	162.8468	0.237035	0.087245	0.062475	32.5	1.32018E+16	0.587491
1503	167.5607	0.042355	0.02009	0.01402	33.5	1.34034E+16	0.030621
1548	172.508	0.00525	0.0029	0.00202	34.5	1.3602E+16	0.000637
1638	182.5001	0.000055	0.00004	0.00002	35.5	1.37977E+16	1.02E-07
1683	187.5	0.000005	0.000005	0	36.5	1.39907E+16	1.28E-09

## 各パラメーターの説明

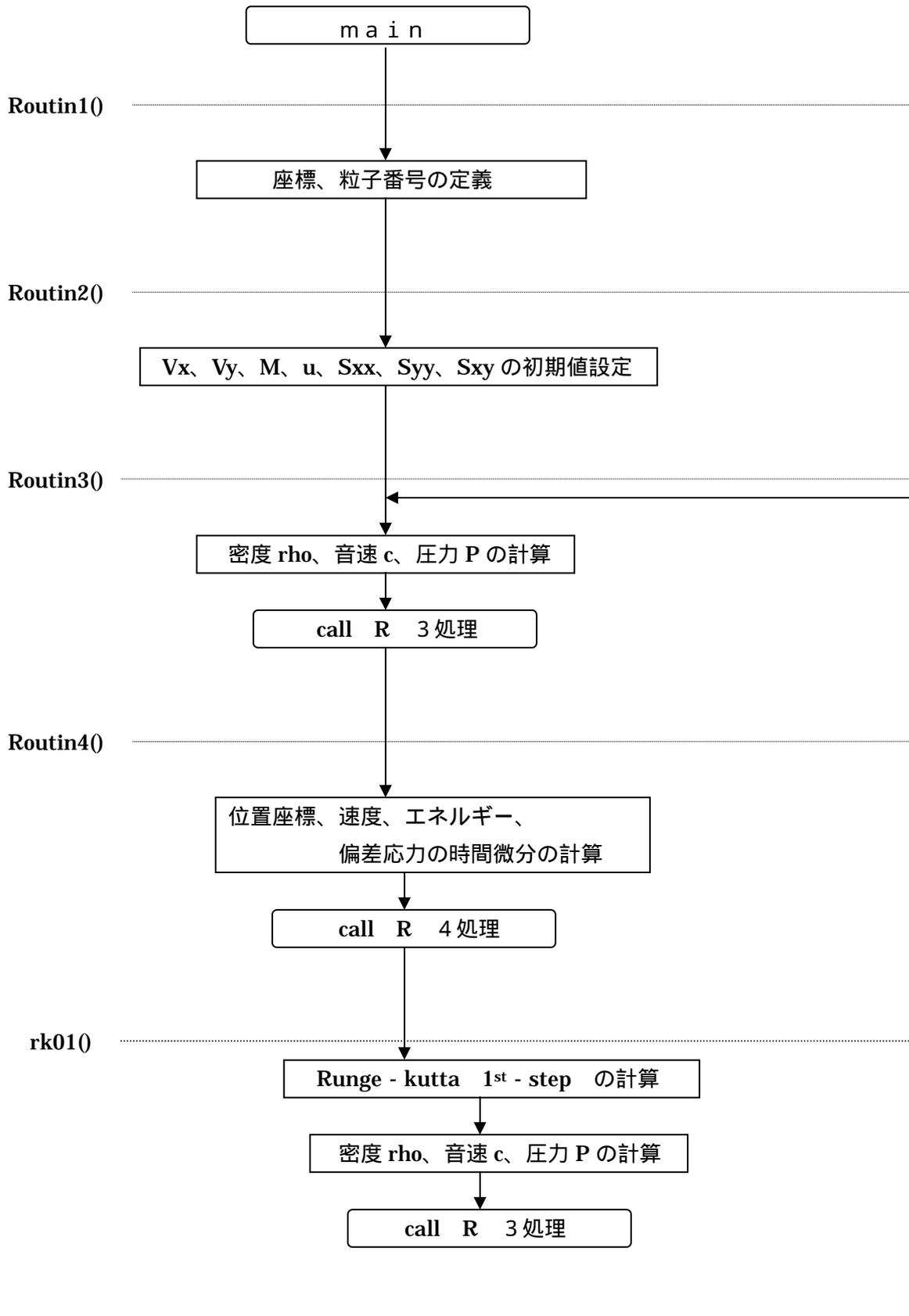
Y[0][Num] : 粒子の x 座標  
Y[1][Num] : 粒子の y 座標  
Y[2][Num] : 粒子の速度の x 成分,  $V_x$   
Y[3][Num] : 粒子の速度の y 成分,  $V_y$   
Y[4][Num] : エネルギー,  $u$   
Y[5][Num] : 偏差応力の xx 成分,  $S_{xx}$   
Y[6][Num] : 偏差応力の yy 成分,  $S_{yy}$   
Y[7][Num] : 偏差応力の xy 成分,  $S_{xy}$   
dY[0][Num] : x の時間微分,  $dx / dt$   
dY[1][Num] : y の時間微分,  $dy / dt$   
dY[2][Num] :  $V_x$  の時間微分,  $dV_x / dt$   
dY[3][Num] :  $V_y$  の時間微分,  $dV_y / dt$   
dY[4][Num] :  $u$  の時間微分,  $du / dt$   
dY[5][Num] :  $S_{xx}$  の時間微分,  $dS_{xx} / dt$   
dY[6][Num] :  $S_{yy}$  の時間微分,  $dS_{yy} / dt$   
dY[7][Num] :  $S_{xy}$  の時間微分,  $dS_{xy} / dt$   
Mass[Num] : 粒子の重さ  
W[Num][Num] : 平均化関数(ガウス関数)  
rho[Num] : 粒子の密度  
P[Num] : 圧力  
c [Num] : 音速  
Q : 人工粘性 ( Z : 人工粘性用係数 )  
d1[8][Num] : Runnge - Kutta 1<sup>st</sup> - step の解  
d2[8][Num] : Runnge - Kutta 2<sup>nd</sup> - step の解  
d3[8][Num] : Runnge - Kutta 3<sup>rd</sup> - step の解  
d4[8][Num] : Runnge - Kutta final - step の解  
Exx : 歪み項の xx 成分  
Eyy : 歪み項の yy 成分  
Exy : 歪み項の xy 成分  
Rxy : 回転項の xy 成分  
toE[num1] : 系における Total energy  
ke[num1] : 系における運動エネルギー  
ie[num1] : 系における内部エネルギー  
rateE : Total energy の変化率

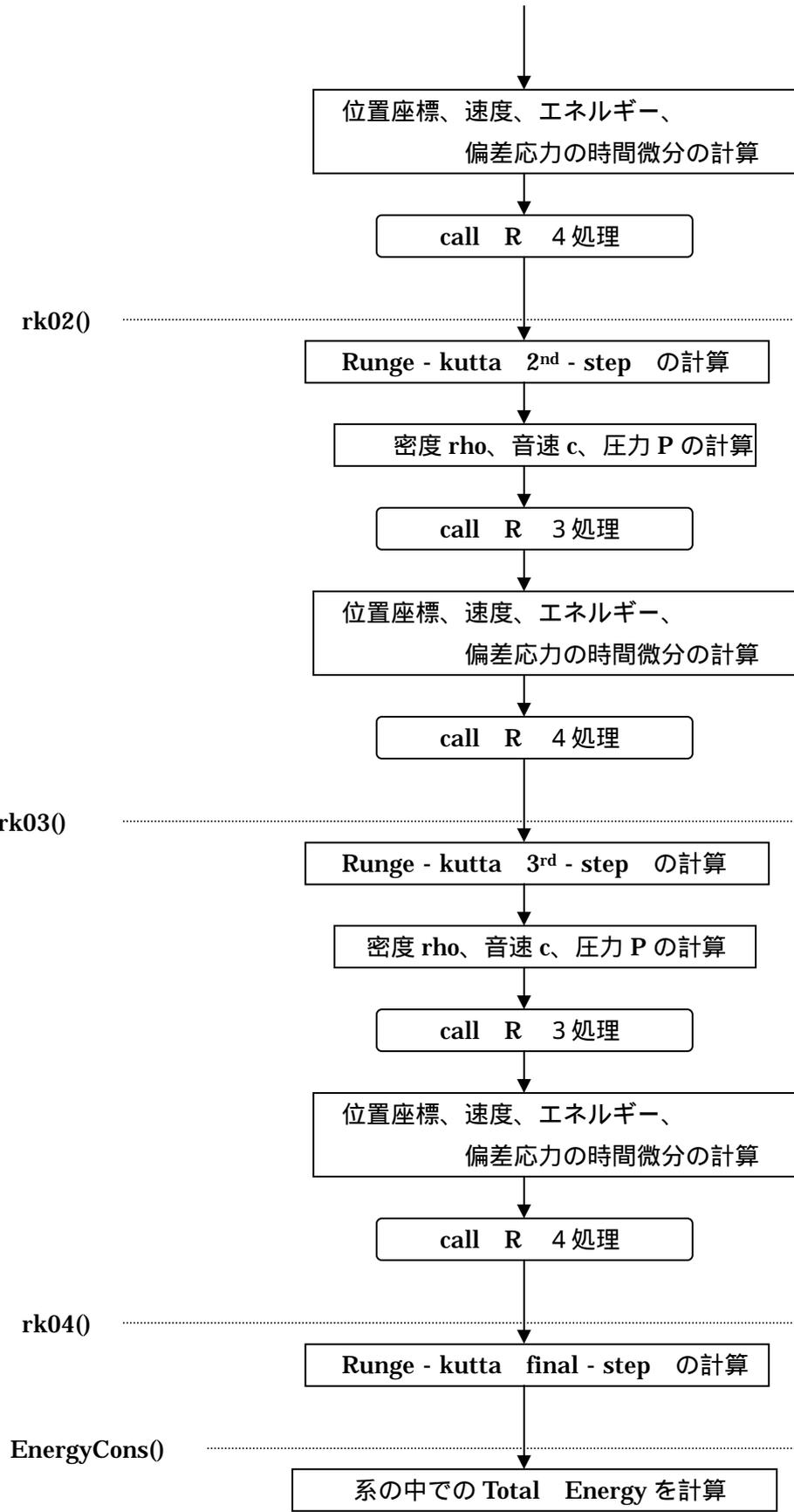
f [ Num ] : 塑性関数  
J2 : 偏差応力の 2 次不変量  
Ys 2 : 降伏応力の 2 乗

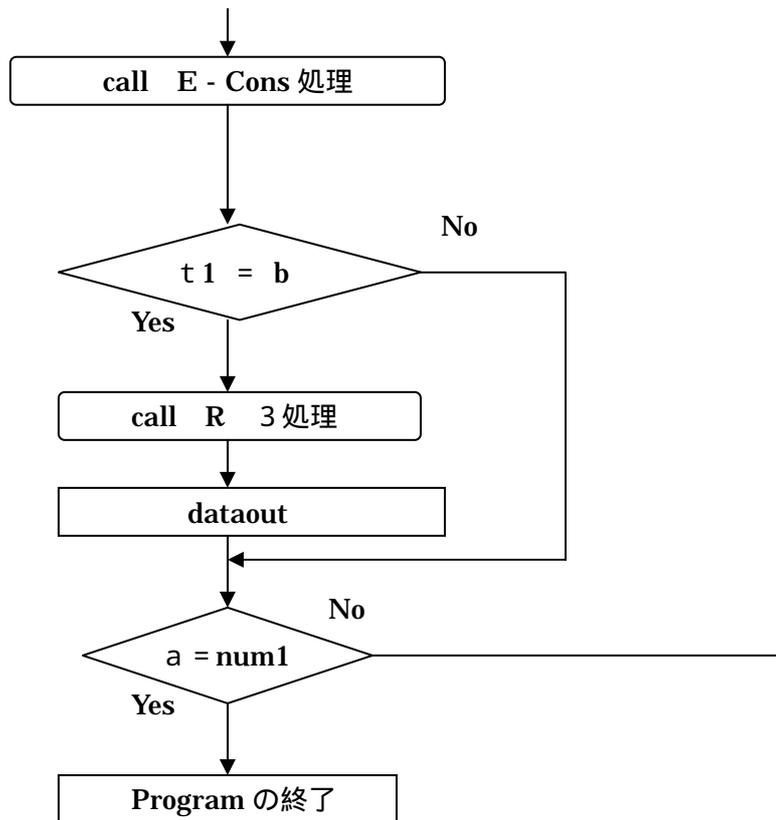
<h - file>

Num : 全粒子数  
Nx1 : Target の x 方向の粒子数  
Nx2 : Impactor の x 方向の粒子数  
Ny1 : Target の y 方向の粒子数  
Ny2 : Impactor の y 方向の粒子数  
M1 : Target の重さの初期値  
M2 : Impactor の重さの初期値  
Vx : x 成分の速度の初期値  
Vy1 : Target の y 成分の速度の初期値  
Vy2 : Impactor の速度の初期値  
h : 平均化関数の基底長さ  
pi : 円周率  
rho0 : Target の密度の初期値  
rho1 : Impactor の密度の初期値  
k0 : 体積弾性率  
u0 : エネルギーの初期値  
myu : 垂直方向の剛性率  
dltt : 時間間隔 , t  
num1 : 系の数  
num2 : data out 時の係数  
Ys : 降伏応力  
G : Gruneisen パラメーター

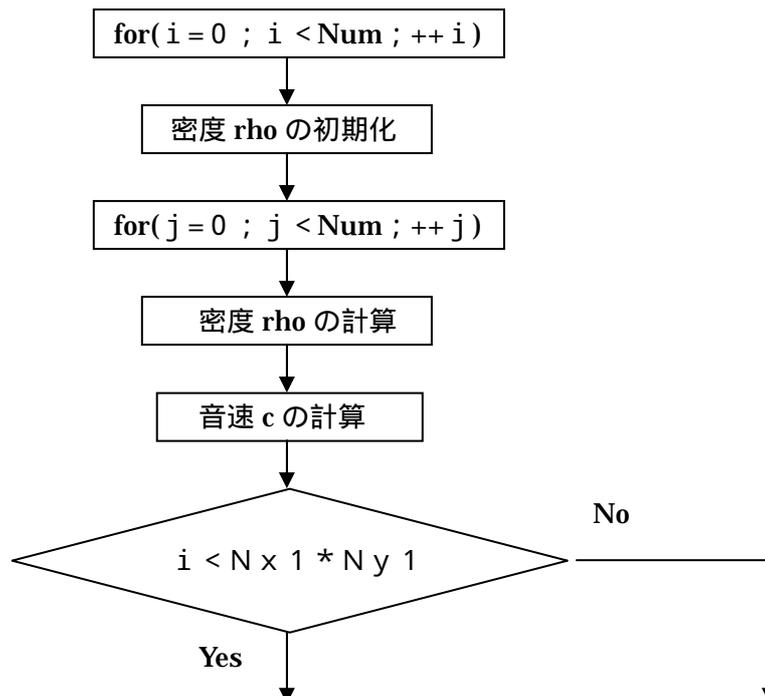
SPH . C - Program のフローチャート

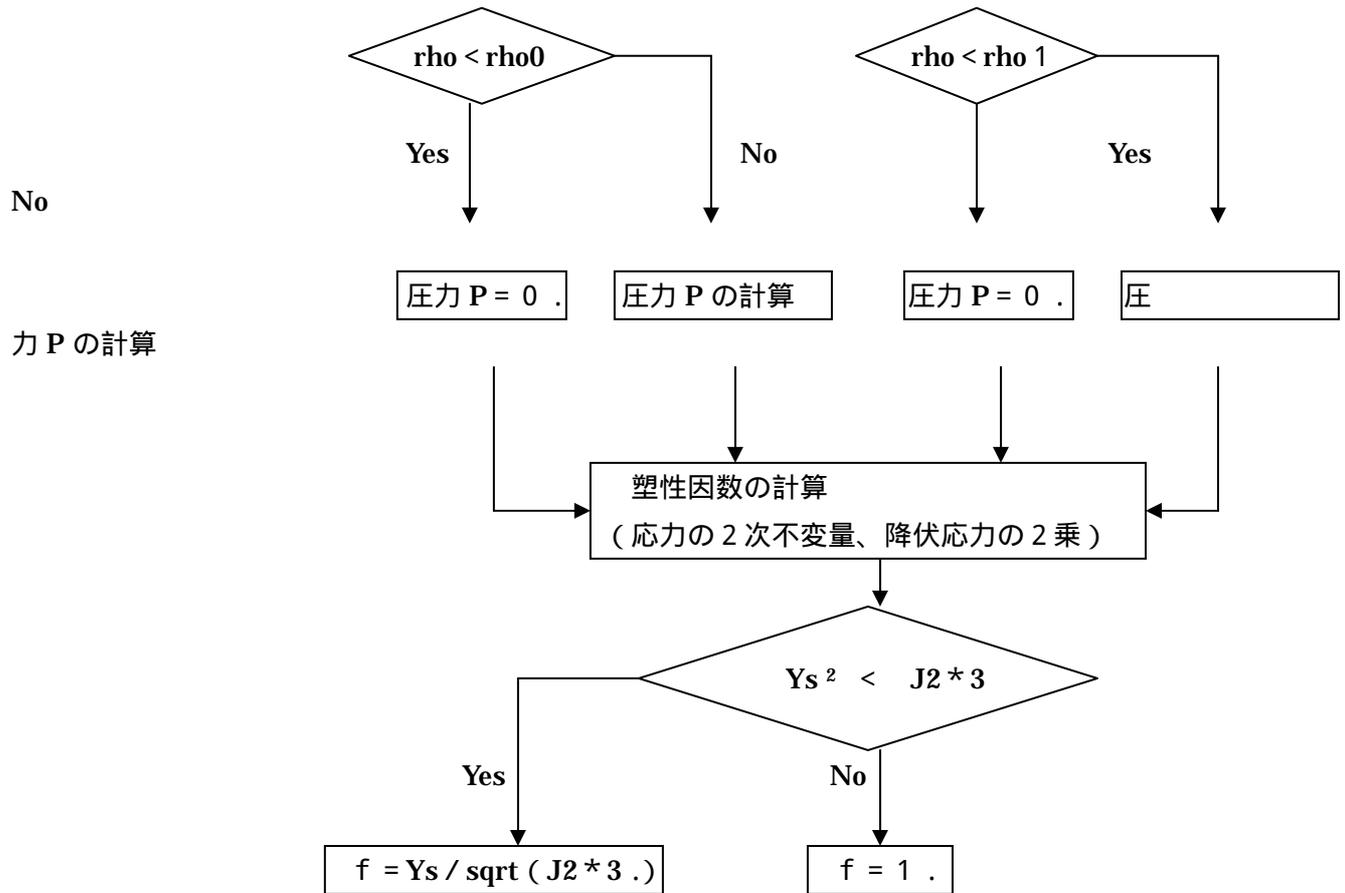




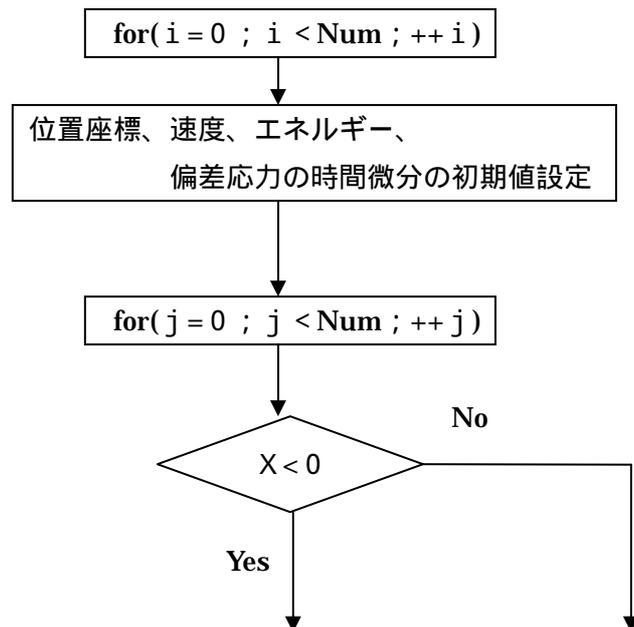


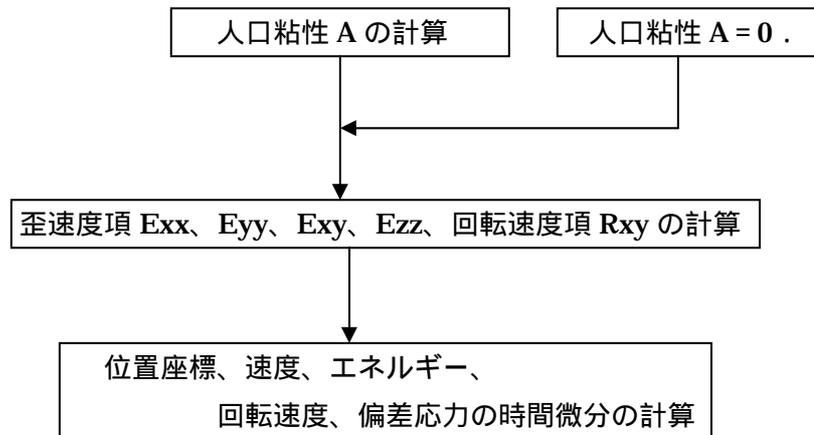
< R 3 処理 >



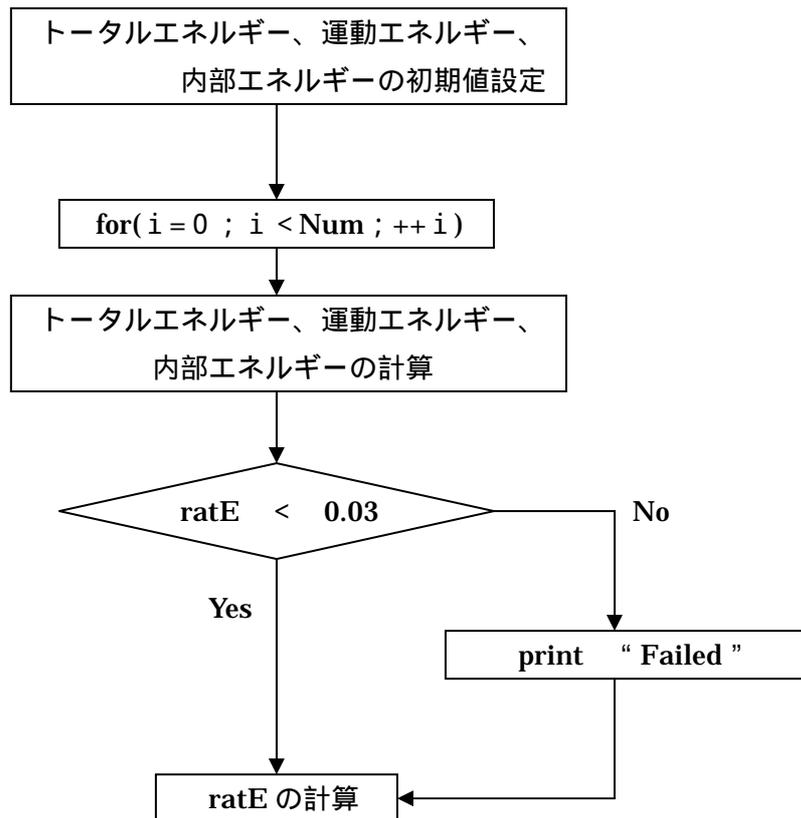


< R 4 処理 >





< E - Cons 処理 >



```

/* SPH C-Program */

#include<stdio.h>
#include<stdlib.h>
#include<math.h>
#include"def.h"

short i,j,l,m;
double Y[8][Num];
double dY[8][Num];
double Mass[Num];
double W[Num][Num];
double rho[Num];
double P[Num];
double c[Num];
double Z,Q;
double d1[8][Num];
double d2[8][Num];
double d3[8][Num];
double d4[8][Num];
double Ya[8][Num];
double Exx,Eyy,Exy;
double Rxy;
double toE[num1];
double ke[num1],ie[num1];
double ratE;
double f[Num];
double J2,Ys2;
float t1;
int a,b;

main()
{
    routin1();
    routin2();
}

```

```

for(a=0;a<num1;++a)
{
    t1=a*dltt;
    routin3();
    routin4();
    rk01();
    routin3();
    routin4();
    rk02();
    routin3();
    routin4();
    rk03();
    routin3();
    routin4();
    rk04();
    EnergyCons();

for(b=0;b<num2;++b)
{
    if(t1==b)
    {
        routin3();
        dataout();
    }
}

}

routin1()
{
for(l=0;l<Nx1/2;++l)
{
for(m=0;m<Ny1;++m)

```

```

        {
            i=l*Ny1+m*1+Nx2/2*Ny2;

            Y[0][i]=l+0.5;
            Y[1][i]=-m;
        }
    }
for (l=0; l<Nx2/2;++l)
{
    for (m=0; m<Ny2;++m)
    {
        i=l*Ny2+m*1;

        Y[0][i]=l+0.5;
        Y[1][i]=Ny2-m;
    }
}
for (i=0; i<Num/2;++i)
{
    Y[0][i+Num/2]=-Y[0][i];
    Y[1][i+Num/2]=Y[1][i];
}
}

```

rou tin2()

```

{
    for (i=0; i<Num;++i)
    {
        Y[2][i]=Vx;
        Y[3][i]=Vy1;
        Mass[i]=M1;
        Y[4][i]=u0;
        Y[5][i]=0.;
        Y[6][i]=0.;
        Y[7][i]=0.;
    }
}

```

```

    if (i < Nx2 / 2 * Ny2)
    {
        Mass[i]=M2;
        Y[3][i]=Vy2;
    }
}
}

```

```

routin3()

```

```

{
    double r2;
    double Y0ij,Y1ij;

    for(i=0;i<Num/2;++i)
    {
        Y[0][i+Num/2]=-Y[0][i];
        Y[1][i+Num/2]=Y[1][i];
        Y[2][i+Num/2]=-Y[2][i];
        Y[3][i+Num/2]=Y[3][i];
        Y[4][i+Num/2]=Y[4][i];
        Y[5][i+Num/2]=Y[5][i];
        Y[6][i+Num/2]=Y[6][i];
        Y[7][i+Num/2]=-Y[7][i];
    }
}

```

```

for(i=0;i<Num/2;++i)

```

```

{
    rho[i]=0.;
    for(j=0;j<Num/2+Nx2/2*Ny2+3*Ny1;++j)
    {
        Y0ij=Y[0][i]-Y[0][j];
        Y1ij=Y[1][i]-Y[1][j];
        r2=pow(Y0ij,2)+pow(Y1ij,2);
        W[i][j]=(1./(pi*pow(h,2)))*exp(-r2/pow(h,2));
    }
}

```

```

        rho[i]+=Mass[j]*W[i][j];
        c[i]=sqrt(k0/rho0);
    }

    if(rho[i]<rho0)
    {
        P[i]=0.;
    }
    else
    {
        P[i]=G*rho[i]*Y[4][i];
    }

    J2=pow(Y[5][i],2)+pow(Y[6][i],2)+pow(Y[7][i],2)+Y[5][i]*Y[6][i];
    f[i]=1.;
    Ys2=pow(Ys,2);

    if(Ys2 < J2*3.)
    {
        f[i]=Ys/sqrt(J2*3.);
    }
    Y[5][i]=f[i]*Y[5][i];
    Y[6][i]=f[i]*Y[6][i];
    Y[7][i]=f[i]*Y[7][i];

    rho[i+Num/2]=rho[i];
    c[i+Num/2]=c[i];
    P[i+Num/2]=P[i];
    f[i+Num/2]=f[i];
    dY[5][i+Num/2]=dY[5][i];
    dY[6][i+Num/2]=dY[6][i];
    dY[7][i+Num/2]=-dY[7][i];
}
}

```

```

routin4()
{
double rhoi2, rhoj2;
double Y0ij, Y1ij, Y2ij, Y3ij;
double w;
double X;

for(i=0; i<Num/2; ++i)
{
dY[0][i]=Y[2][i];
dY[1][i]=Y[3][i];
dY[2][i]=0.;
dY[3][i]=0.;
dY[4][i]=0.;
dY[5][i]=0.;
dY[6][i]=0.;
dY[7][i]=0.;

for(j=0; j<Num/2+Nx2/2*Ny2+3*Ny1; ++j)
{
Y0ij=Y[0][i]-Y[0][j];
Y1ij=Y[1][i]-Y[1][j];
Y2ij=Y[2][i]-Y[2][j];
Y3ij=Y[3][i]-Y[3][j];

rhoi2=pow(rho[i], 2);
rhoj2=pow(rho[j], 2);

X=Y2ij*Y0ij+Y3ij*Y1ij;
if(X<0)
{
Z=X*h/(pow(Y0ij, 2)+pow(Y1ij, 2)+0.01*pow(h, 2));
Q=(2/(rho[i]+rho[j]))*(2*pow(Z, 2)-(1*Z*(c[i]+c[j])/2));
}
else
{

```

```

Z=0.;
Q=0.;
}

```

$$w = -W[i][j]^2 / \text{pow}(h, 2);$$

$$\begin{aligned} dY[2][i] += & -(\text{Mass}[j] * w) * ((P[i] / \text{rho}i2 + P[j] / \text{rho}j2 + Q) * Y0ij \text{¥} \\ & - (Y[5][i] / \text{rho}i2 + Y[5][j] / \text{rho}j2) * Y0ij \text{¥} \\ & - (Y[7][i] / \text{rho}i2 + Y[7][j] / \text{rho}j2) * Y1ij); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dY[3][i] += & -(\text{Mass}[j] * w) * ((P[i] / \text{rho}i2 + P[j] / \text{rho}j2 + Q) * Y1ij \text{¥} \\ & - (Y[7][i] / \text{rho}i2 + Y[7][j] / \text{rho}j2) * Y0ij \text{¥} \\ & - (Y[6][i] / \text{rho}i2 + Y[6][j] / \text{rho}j2) * Y1ij); \end{aligned}$$

$$\text{Exx} = (-\text{Mass}[j] * w / \text{rho}[i]) * (Y2ij * Y0ij);$$

$$\text{Eyy} = (-\text{Mass}[j] * w / \text{rho}[i]) * (Y3ij * Y1ij);$$

$$\text{Exy} = 0.5 * (-\text{Mass}[j] * w / \text{rho}[i]) * (Y2ij * Y1ij + Y3ij * Y0ij);$$

$$\text{Rxy} = 0.5 * (-\text{Mass}[j] * w / \text{rho}[i]) * (Y2ij * Y1ij - Y3ij * Y0ij);$$

$$\begin{aligned} dY[4][i] += & 0.5 * (P[i] / \text{rho}i2 + P[j] / \text{rho}j2 + Q) * \text{Mass}[j] * w * (Y2ij * Y0ij + Y3ij * Y1ij) \text{¥} \\ & + (Y[5][i] * \text{Exx} + Y[6][i] * \text{Eyy} + 2 * Y[7][i] * \text{Exy}) / \text{rho}[i]; \end{aligned}$$

$$dY[5][i] += 2. / 3. * \text{myu} * (2. * \text{Exx} - \text{Eyy}) + 2. * Y[7][i] * \text{Rxy};$$

$$dY[6][i] += 2. / 3. * \text{myu} * (2. * \text{Eyy} - \text{Exx}) - 2. * Y[7][i] * \text{Rxy};$$

$$dY[7][i] += 2. * \text{myu} * \text{Exy} - (Y[5][i] - Y[6][i]) * \text{Rxy};$$

```

}

```

$$dY[0][i + \text{Num}/2] = -dY[0][i];$$

$$dY[1][i + \text{Num}/2] = dY[1][i];$$

$$dY[2][i + \text{Num}/2] = -dY[2][i];$$

$$dY[3][i + \text{Num}/2] = dY[3][i];$$

$$dY[4][i + \text{Num}/2] = dY[4][i];$$

$$dY[5][i + \text{Num}/2] = dY[5][i];$$

```

        dY[6][i+Num/2]=dY[6][i];
        dY[7][i+Num/2]=-dY[7][i];
    }
}

```

```

rk01()
{
    for(i=0; i<8; ++i)
    {
        for(j=0; j<Num/2; ++j)
        {
            d1[i][j]=dl tt *dY[i][j];
            Ya[i][j]=Y[i][j]+0.5*d1[i][j];
        }
    }
}

```

```

rk02()
{
    for(i=0; i<8; ++i)
    {
        for(j=0; j<Num/2; ++j)
        {
            d2[i][j]=dl tt *dY[i][j];
            Ya[i][j]=Y[i][j]+0.5*d2[i][j];
        }
    }
}

```

```

rk03()
{
    for(i=0; i<8; ++i)
    {
        for(j=0; j<Num/2; ++j)
        {

```

```

        d3[i][j]=d1tt*dY[i][j];
        Ya[i][j]=Y[i][j]+d3[i][j];
    }
}

rk04()
{
    for(i=0; i<8; ++i)
    {
        for(j=0; j<Num/2; ++j)
        {
            d4[i][j]=d1tt*dY[i][j];

            Y[i][j]=Y[i][j]+(1./6.)*(d1[i][j]+2*d2[i][j]+2*d3[i][j]+d4[i][j]);

        }
    }
}

EnergyCons()
{
    toE[a]=0.0;
    ke[a]=0.0;
    ie[a]=0.0;

    for(i=0; i<Num/2; ++i)
    {
        ke[a]+=0.5*Mass[i]*(pow(Y[2][i],2)+pow(Y[3][i],2));
        ie[a]+=Mass[i]*Y[4][i];
    }
    toE[a]+=0.5*Mass[i]*(pow(Y[2][i],2)+pow(Y[3][i],2))+Mass[i]*Y[4][i];

    ratE=100*(toE[a]-toE[0])/toE[0];
}

```

```
dataout()
{
    for(i=0; i<Num; ++i)
    {
        printf("%f,%d,%f,%f,%f,%f,%f,%f,%f,%f,%f\n", t1, i, Y[0][i], Y[1][i], Y[2][i], ¥
            Y[3][i], Y[4][i], Y[5][i], Y[6][i], Y[7][i], ratE);
    }
}
```